풀수록 재미나는

수학문제풀이

4

외국문도서출판사
주체94(2005)년

머 리 말

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였습니다.

《수학, 물리학, 화학, 생물학을 비롯한 기초과학을 발전시켜 그것이 나라의 과학기술을 발전시키는데 더 잘 이바지하도록 하여야 하겠습니다.》

(《**김정일**선집》 제8권 245~246페지)

위대한 령도자 **김정일**원수님의 따뜻한 사랑과 보살피심속에서 우리 학생들은 11년제의무교육의 혜택을 받으며 배움의 나래를 활짝 펼치고 세상에 부러운것없이 자라고 있습니다.

이 세상 그 어디에도 비기지 못할 위대한 령도자 **김정일**원수님의 사랑과 배려에 보답하기 위하여 우리 학생들은 언제나 꾸준히 학습하여 5점최우등의 영예를 지녀야 합니다. 그러자면 학교에서 배워주는 지식을 하나도 빼놓지 말고 열심히 학습하여야 합니다.

학생들이 학교에서 지식을 배우는것으로만 그친다면 그것은 아무 쓸모가 없습니다.

배우는 학생들은 련습을 많이 하면 할수록 그것이 남의것이 아니라 바로 자기자신의것으로 된다는것을 항상 명심해야 합니다.

이러한 요구로부터 이 책에서는 학생들이 배운 지식을 리용하여 자체로 현실속의 문제들을 풀어나갈수 있도록 련습문제들만 묶어서 서술하였습니다.

그리고 뒤부분에 그 풀이방법을 줌으로써 학생들의 학습에 편리를 도모하도록 하였습니다.

이 책을 여러 독자들이 보면서 자신들의 학습에 큰 도움이 되기 바랍니다.

[문 제]

1. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$3.6\times31\frac{2}{5}+43.9\times6\frac{2}{5}$$

2. 다음분수를 약분하여 간단하게 하십시오. ☞

$$\frac{16,666,666,666}{66,666,666,664}$$

3. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$7142.85\div3.7\div2.7\times1.7\times0.7$$

4. 다음식을 계산하십시오. 그것의 옹근수부는 얼마입니까? ☞

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}\right)\times385$$

5. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$41.2\times8.1+11\times9\frac{1}{4}+537\times0.19$$

6. 다음식을 계산하고 그것의 소수점뒤로 3자리까지 구하십시오. ☞

$$12,345,678,910,111,213\div31,211,101,987,654,321$$

7. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$1991+199.1+19.91+1.991$$

8. 다음그림에서 빗선을 친 부분의 면적을 구하십시오. ☞

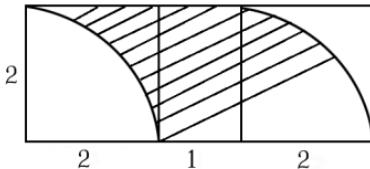



그림 1

9. 두 수의 차와 상이 모두 7이라면 이 두 수의 합은 얼마입니까? ☞

10. 한마리의 원숭이가 6일동안 복숭아를 따먹었습니다.

1일에는 나무에 있는 복숭아의 $\frac{1}{7}$을 먹었습니다.

2일에는 남아있는 복숭아의 $\frac{1}{6}$을 먹었습니다.

다음 3일에는 남아있는 복숭아의 $\frac{1}{5}$을, 4일에는 남아있는 복숭아의 $\frac{1}{4}$을, 5일에는 남아있는 복숭아의 $\frac{1}{3}$을, 6일에는 남아있는 복숭아의 $\frac{1}{2}$을 먹었습니다.

이때 복숭아가 12알 남아있었다면 1일과 2일에는 복숭아를 모두 몇알 먹었습니까? ☞

11. 수 1,2,3,4,5,6,7,8,9를 그림 2의 동그라미안에 써넣되 한 변우에 있는 4개 수의 합과 다른 한 변우에 있는 4개 수의 합과의 비가 최대로 되게 하고 이 비를 구하십시오. ☞

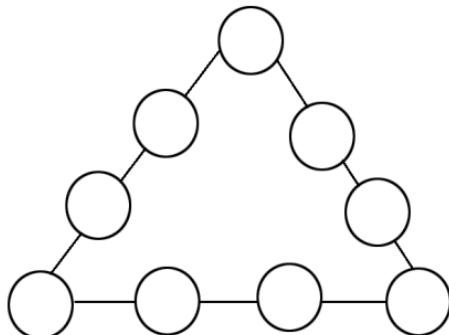



그림 2

12. 두 사람 A, B가 걸어가는데 그들의 속도비는 7:5이며 두 사람은 두 지점 ㄱ와 ㄴ에서 동시에 출발합니다. 만일 서로 마주 향해가면 0.5시간후에 만납니다. 서로 같은 방향으로 갈 때 A가 B를 따라잡으려면 몇시간 걸립니까? ☞

13. 그림 3과 같이 면적이 $4cm^2$인 도형을 만들었습니다. 만일 이것들중에서 2개의 도형을 붙여 면적이 $16cm^2$인 바른 4각형을 만들려 한다면 쓸수 있는 도형은 몇개입니까? ☞

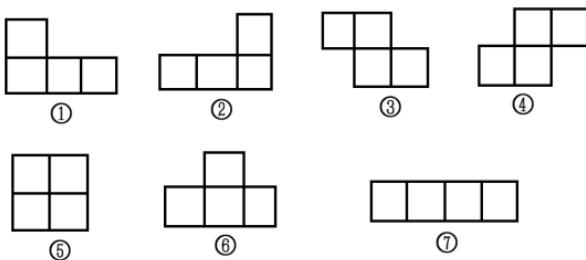



그림 3

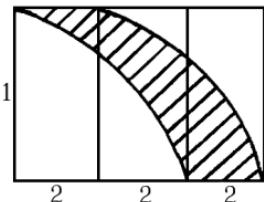
14. 두 사람 A, B가 어떤 작업을 하고있습니다. 이 작업을 A가 혼자서 끝내려면 63일간 걸리고 B가 혼자서 끝내려면 28일간 걸립니다. A와 B가 함께 한다면 48일간 걸립니다. A가 먼저 혼자서 42일간 일한 다음 B가 혼자서 나머지 작업량을 끝내야 한다면 며칠이 더 걸립니까? ☞

15. 자연수가 서로 다른 4개의 씨수를 가진다면 이러한 자연수들중에서 제일 작은 자연수는 얼마입니까? ☞

16. 문제 15의 답을 7개의 자연수의 합으로 가르고 이 7개의 수를 작은수부터 큰수의 차례로 배렬합니다. 다시 서로 린접인 두 수의 차가 모두 5가 되게 한다면 첫번째수와 여섯번째수는 각각 얼마입니까? ☞

17. 어떤 수들을 한줄로 배렬하였는데 그가운데서 첫번째수와 두번째수는 문제 16에서 나온 답의 첫번째수, 두번째수이고 세번째수부터 시작하여 매 수는 그앞에 있는 두 수의 합입니다. 이 수들중에서 1991번째수를 3으로 나누었을 때의 나머지는 얼마입니까? ☞

18. 그림 4에서 빗선을 친 부분의 면적을 구하십시오. ☞

그림 4

19. 서로 다른 4개의 자연수를 찾되 그중에서 임의의 두 수의 합이 그것들의 차로 말끔히 나누어지게 하십시오. 만일 이 4개의 수들에서 제일 큰 수와 제일 작은수의 합이 될수록 작게 하려면 이 4개 수에서 가운데 있는 두 수의 합은 얼마입니까? ☞

20. 두 사람 A, B가 걸어가는데 그들의 속도비는 13:11입니다. A ,B가 각각 두 지점 ㄱ, ㄴ에서 동시에 출발하여 마주 향해가다가 0.5시간후에 서로 만났습니다. 만일 그들이 같은 방향으로 간다면 A가 B를 따라잡는데 몇시간이 걸립니까? ☞

21. 세 사람 A, B, C가 모두 같은 단편소설책을 읽습니다. 책에는 모두 100개의 제목이 있습니다. 매 사람은 모두 마음에 드는 제목부터 시작하여 읽어나갑니다. A는 75개 제목, B는 60개 제목, C는 52개의 제목을 읽었다면 세 사람이 공통으로 읽은 제목은 적어도 몇개입니까? ☞

22. 8개의 수 1,1,2,2,3,3,4,4를 리용하여 1개의 8자리수를 만들되 2개의 수 1사이에 1개의 수, 2개의 수 2사이에 2개의 수, 2개의 수 3사이에 3개의 수, 2개의 수 4사이에 4개의 수가 있게 하려고 합니다. 이러한 8자리수를 구하십시오. ☞

23. 그림 5와 같이 바른4각형안에 4개의 3각형들을 그렸습니다. 3각형 ①과 ②의 면적비는 2:1이고 3각형 ③과 ④의 면적비는 같습니다. 그리고 3각형 ①,②,③의 면적의 합은 $\frac{1}{4}\text{m}^2$이며 3각형 ②,③,④의 면적의 합은

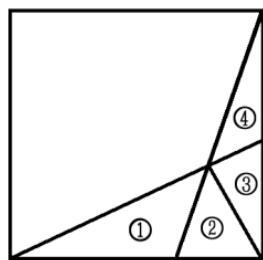



그림 5

$\frac{1}{6}$ m^2입니다. 이 4개 3각형의 면적의 합은 얼마입니까? ☞

24. 두 수 A, B는 자연수입니다. 만일 수 A의 $\frac{5}{6}$가 수 B의 $\frac{1}{4}$이라면 두 수 A, B의 합의 최소값은 얼마입니까? ☞

25. 두 공장 A, B에서 같은 놀이감을 생산합니다. A에서 생산되는 놀이감의 량은 매달 꼭 같습니다. B에서 생산하는 놀이감의 량은 매달 2배씩 늘어납니다. 1월중에 두 공장 A, B가 생산한 놀이감의 총량은 98개이고 2월에 두 공장이 생산한 놀이감의 총량은 106개입니다. 공장 B에서 생산한 놀이감량이 어느 달부터 공장 A에서 생산하는 량보다 더 많아집니까? ☞

26. 그림 6과 같이 5×5인 눈금종이의 매 칸에 번호를 썼습니다. 한개의 칸을 떼버린 다음 1×3인 8개의 직4각형을 만들려 한다면 몇번째 칸을 떼버려야 합니까? ☞

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

그림 6

27. 어떤 수렬이 있는데 첫번째수는 105이고 두번째수는 85입니다. 세번째수부터 시작하여 매 수는 모두 그앞에 있는 두 수의 평균값입니다. 이때 열아홉번째수의 옹근수부는 얼마입니까? ☞

28. 거부기와 토끼가 달리기경기를 하는데 달리기구간은 5.2km입니다. 토끼는 한시간동안에 20km씩 달리고 거부기는 한시간동안에 3km씩 달립니다. 거부기는 휴식하지 않고 달리는데 토끼는 달리다가 휴식하군 합니다. 토끼는 먼저 1분동안 달리고 15분동안 휴식하며 다음은 2분 달리고 15분 휴식합니다. 다시 3분 달린 다음 15분 휴식합니다. … 누가 먼저 결승선에 도착하며 몇m 앞서 도착합니까? ☞

29. 다음표의 매 빈칸에 한개의 옹근수를 써넣어 웃행에 있는 수가 아래행에 나타날수 있는 회수를 표시하게 한다면 매 빈칸에 어떤 수가 놓이겠습니까? ☞

0	1	2	3	4

30. 여우와 승냥이가 큰걸음뛰기경기를 합니다. 여우는 매번 $4\frac{1}{2}$m씩 뛰고 승냥이는 매번 $2\frac{3}{4}$m씩 뜁니다. 그것들은 1초에 한번씩만 뜁니다. 경기구간에 시작점부터 $12\frac{3}{8}$m간격으로 함정이 있습니다. 그것들중 어느 놈이 먼저 함정에 빠졌으며 그 놈은 몇m를 뛰였습니까? ☞

31. 길이가 2,002mm이고 너비가 847mm인 직4각형모양의 종이가 한장 있습니다. 그것을 잘라서 한변의 길이가 될수록 긴 바른4각형을 만들려고 합니다. 만일 나머지부분이 바른4각형이 아니면 그것을 다시 잘라서 변의 길이가 될수록 긴 바른4각형을 만듭니다. 이와 같은 과정을 되풀이합니다. 마지막에 얻은 바른4각형의 한변의 길이는 몇mm입니까? ☞

32. 수 0, 1, 2, ···, 8, 9로써 5개의 두자리수를 만들되 매 수는 한번만 쓸수 있습니다. 그리고 그것들의 합이 홀수이면서 될수록 크게 하려고 합니다. 이때 5개의 두자리수의 합은 얼마입니까? ☞

33. 다음 41자리수

$$\underbrace{55\cdots5}_{20개}\square\underbrace{99\cdots9}_{20개}$$

가 7로 말끔히 나누어지게 하려면 빈칸안의 수가 얼마여야 합니까? ☞

34. 몇개의 수들을 2개 조로 갈라놓았습니다. 첫번째

조에 있는 수들의 평균값은 12.8이고 두번째조에 있는 수들의 평균값은 10.2이며 이 두개 조에 있는 수들의 평균값은 12.02입니다. 첫번째조에 있는 수들의 개수와 두번째조에 있는 수들의 개수의 비는 얼마입니까? ☞

35. 한개의 직6면체가 있는데 앞면과 웃면의 면적의 합은 209cm^{2}입니다. 길이, 너비, 높이가 씨수라면 이 직6면체의 체적은 얼마입니까? ☞

36. 두개의 통 A, B가 있습니다. 통 A에 알콜이 11l 있고 통 B에 물이 15l 있습니다. 처음에 A에 있는 알콜의 일부를 B에 넣어 알콜과 물을 혼합합니다. 다음 B에 있는 혼합액의 일부를 A에 넣었습니다. 이때 A의 알콜량이 62.5%로 되고 B의 알콜량은 25%였습니다. B의 혼합액을 A에 얼마나 넣었습니까? ☞

37. 1반학생들과 2반학생들이 동시에 학교에서 박물관까지 갑니다. 1반학생들은 한시간동안에 4km 가고 2반학생들은 한시간동안에 3km 갑니다. 학교에 뻐스는 한대밖에 없으며 한개 학급만 탈수 있습니다. 뻐스는 한시간동안에 48km 달립니다. 두 학급학생들이 박물관에 빨리 도착하도록 하기 위하여 뻐스도 동원하였습니다. 짧은 시간동안 박물관에 도착하기 위하여 1반학생들과 2반학생들이 걸어간 거리비는 얼마입니까? ☞

38. 6자리수로 날자를 표시하는 방법이 있습니다. 실례를 들면 890817은 1989년 8월 17일을 표시합니다. 즉 왼쪽으로부터 오른쪽으로 가면서 첫번째, 두번째자리는 년을 표시하고 세번째자리는 월, 다섯번째와 여섯번째자리는 날자를 표시합니다. 이와 같은 방법으로 1991년의 날자를 표시한다면 이 한해의 날자중에서 6개의 수가 모두 다른 날자는 몇날입니까? ☞

39. 다음식을 간단한 방법으로 계산하십시오. ☞

$$75\times4.67+17.9\times2.5$$

40. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\frac{20\frac{1}{5}-\frac{7}{25}}{10\frac{3}{8}+15\frac{9}{16}}$$

41. 수 1992의 서로 다른 씨수를 구하고 그것들의 합을 구하십시오. ☞

42. $\frac{1}{2}$보다 크고 5보다 작으며 분모가 13인 가장 간단한 분수는 몇개입니까? ☞

43. 식 $\left(1+\frac{19}{92}\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times 2\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times 3\right)+\cdots+\left(1+\frac{19}{92}\times 10\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times 11\right)$의 결과가 X라면 X에 가장 가까운 옹근수는 얼마입니까? ☞

44. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$4.25\times 5.24+1.52\times 2.51$$

45. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{99}\right)\times\left(1-\frac{1}{99}\right)$$

46. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$0.01992\div 0.004\times\frac{1}{2000}$$

47. 다음분수를 간단하게 하십시오. ☞

$$\frac{6933}{25421}$$

48. 다음 산수식들에서 값이 제일 큰 수는 얼마입니까? ☞

① $\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right)\times 20$　　② $\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{29}\right)\times 30$

③ $\left(\frac{1}{31}+\frac{1}{37}\right)\times 40$　　④ $\left(\frac{1}{41}+\frac{1}{47}\right)\times 50$

49. 바른4각형의 한변을 20％ 줄이고 다른 한변을 2m 늘이면 한개의 직4각형이 얻어지는데 이것은 주어진 바른4각형의 면적과 같습니다. 처음 바른4각형의 면적은 얼마입니까? ☞

50. 두 수 A, B가 있는데 수 A의 소수점을 왼쪽으로 두자리 옮기면 수 B의 $\frac{1}{8}$이 됩니다. A는 B의 몇배입니까? ☞

51. 그림 7은 5×5인 눈금종이입니다. 작은 직4각형의 면적은 1cm^{2}입니다. 작은 직4각형의 정점을 격자점이라고 부릅니다. 그림에서 7개의 격자점을 선택하되(임의의 3개점은 모두 한직선우에 놓이지 않습니다.) 이 점들을 직선으로 련결하여 둘러막되 면적이 될수록 크게 하려고 합니다. 이 도형의 면적은 얼마입니까? ☞

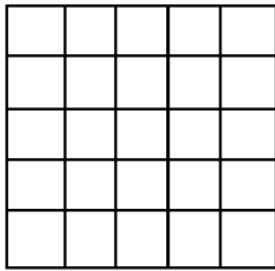



그림 7

52. 수 200보다 작은 자연수가 있는데 그것의 매 자리수는 모두 홀수이고 2개의 두자리수의 적과 같다면 이 자연수는 어떤 수입니까? ☞

53. 두 지점 A, B사이의 거리가 600m입니다. 윤철은 한시간동안에 4km, 리철은 한시간동안에 5km의 속도로 걷습니다. 8시에 두 사람은 두 지점 A, B에서 동시에 출발하여 마주향해가다가 1분후에 방향을 바꾸어 반대방향으로 가며 다시 3분후에는 방향을 바꾸어 마주 향해 걷습니다. 차례로 1, 3, 5, 7, …(련이어 있는 홀수)분이 지날 때마다 방향을 바꿉니다. 윤철이와 리철이가 만나는 시간은 8시 몇분입니까? ☞

54. 한통의 사탕이 있는데 그중에서 우유사탕이 45％

를 차지하고있습니다. 거기에 다시 16알의 과일사탕을 넣으면 우유사탕은 25%로 됩니다. 이 통안에 우유사탕이 몇알 있습니까? ☞

55. 련이어 있는 10개의 자연수가 있는데 수 9는 세번째로 큰 수입니다. 이 10개의 수를 그림 8의 매 칸에 한개씩 써넣습니다. 이때 2×2인 바른4각형안의 네 수의 합이 같게 하려고 합니다. 이 합의 최소값은 얼마입니까? ☞

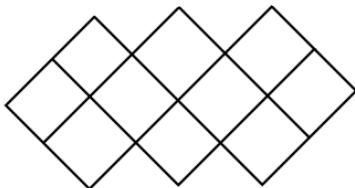



그림 8

56. 한개의 옹근수와 수 1, 2, 3을 리용하여 더하기, 덜기, 곱하기, 나누기(괄호를 쓸수 있습니다.)를 포함한 산수식의 결과가 24이면 이 옹근수를 《쓸모있는 수》라고 합시다. 수 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10의 7개 수들에서 《쓸모있는 수》는 몇개입니까? ☞

57. 6자리수 1992□□가 95로 말끔히 나누어진다면 빈칸에 어떤 수를 써넣어야 합니까? ☞

58. 한개의 옹근수와 세 수 1, 2, 3에 더하기, 덜기, 곱하기, 나누기(괄호를 쓸수 있습니다.)를 실시한 결과가 24가 되면 이 옹근수를《쓸모있는 수》라고 합시다. 수 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12의 9개 수들에서 《쓸모있는 수》는 몇개 입니까? ☞

59. 그림 9와 같이 직4각형의 면적은 100보다 작은 옹근수입니다. 그안에 변의 길이가 옹근수인 바른4각형이 3개 있습니다. 바른4각형 ②의 한변의 길이는 직4각형의 $\frac{5}{12}$이고 바른4각형 ①의 한변의 길이는 직4각형너비의 $\frac{1}{8}$입니다. 빗선을 친 부분의

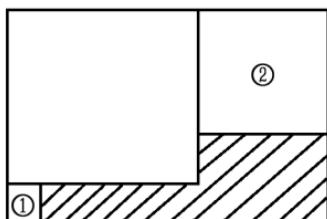



그림 9

면적을 구하십시오. ☞

60. 수 200보다 작은 자연수가 있습니다. 매 수의 매 자리수의 합은 모두 홀수이며 두자리수의 적으로 표시할 수 있습니다(실례를 들면 $144=12\times12$). 이 자연수들중에서 세번째로 큰 수는 얼마입니까? ☞

61. 로동자들이 두 건설장 A, B에 가서 정리작업을 합니다. 건설장 A에서의 작업량은 건설장 B에서의 작업량의 $1\frac{1}{2}$배입니다. 오전에 A에 간 로동자수는 B에 간 로동자수의 3배이며 오후에는 이 로동자들중에서 $\frac{7}{12}$에 해당한 로동자들이 A에 가고 나머지로동자들은 B에 갔습니다. 저녁때 A에서의 작업은 이미 끝났고 B에서의 작업량은 아직도 4명의 로동자가 하루동안 해야 할만큼 남았습니다. 로동자는 모두 몇명입니까? ☞

62. 그림 10과 같이 길이가 400m인 륙상주로우에 있는 두 지점 A, B사이의 거리는 100m입니다. 두 사람 ㄱ, ㄴ가 각각 A, B에서 동시에 출발하여 시계바늘이 도는 반대방향으로 달립니다. ㄱ는 1초동안에 5m, ㄴ는 1초동안에 4m씩 달리며 매 사람은 100m씩 달리고 10초동안 휴식합니다. ㄱ가 ㄴ를 따라잡는데 걸리는 시간은 얼마입니까? ☞

그림 10

63. 반경이 1cm인 원이 8개 있는데 이 원둘레의 일부분을 련결하여 그림 11과 같은 도형을 그렸습니다. 그림에서 검은점은 이 원의 중심입니다. 만일 원주률이 $\pi\approx3.1416$이면 이 꽃모양도형의 면적은 몇cm^2입니까? ☞

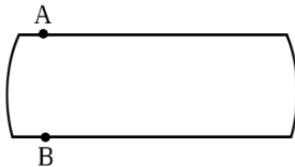
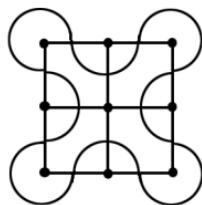



그림 11

64. 만일 6자리수 1992□□가 105로 말끔히 나누어진다면 마지막 두자리수는 얼마입니까? ☞

65. $\frac{1}{2}$보다 크고 7보다 작으며 분모가 6인 가장 간단한 분수는 몇개 있습니까? ☞

66. 둘레길이가 1.26m인 한개의 원우에서 두마리의 개미가 직경의 두 끝에서 동시에 출발하여 원둘레를 따라 마주 향하여 기여갑니다. 이 두마리의 개미는 1초동안에 각각 5.5cm와 3.5cm씩 기여갑니다. 개미들은 1초, 3초, 5초, …(련이어 있는 홀수)마다 방향을 바꾸어 기여갑니다. 그것들이 서로 만났을 때 기여간 시간은 얼마입니까? ☞

67. 어떤 학교에서 1년동안에 시험을 모두 24번 쳤습니다. 시험에 제출된 문제는 426문제이며 매번 제출된 문제수는 25문제 또는 16문제 또는 20문제입니다. 이 중에서 25문제가 제출된것은 몇번입니까? ☞

68. 그림 12의 7개 동그라미안에 각각 한개의 수를 써넣어 매 직선우에 있는 세 수중에서 가운데수가 옆에 있는 두 수의 평균값이 되게 하려고 합니다. 그림에 두 수를 주었습니다. X를 구하십시오. ☞

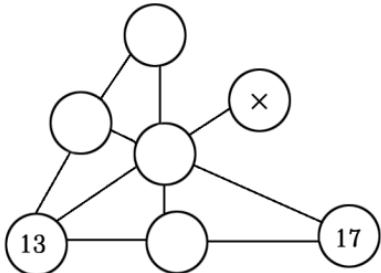



그림 12

69. 8개의 수가 있는데 $0.(51)$, $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{9}$, $0.5(1)$, $\frac{24}{47}$, $\frac{13}{25}$은 그중의 6개의 수입니다. 작은 수부터 큰 수로 배렬한다면 네번째수는 $0.5(1)$입니다. 큰 수부터 작은 수 순서로 배렬한다면 네번째수는 얼마입니까? ☞

70. 어떤 옹근수에 수 13을 곱한 적의 마지막 3자리수는 123입니다. 이와 같은 옹근수중에서 가장 작은수는

얼마입니까? ☞

71. 수 26, 33, 34, 35, 63, 85, 91, 143을 몇개의 조로 가르되 매 조가운데 있는 임의의 두 수의 최대공통약수가 1이 되게 하려면 적어도 몇개 조로 갈라야 합니까? ☞

72. 그림 13과 같이 1개의 바른4각형을 4개의 직4각형으로 가르되 그것들의 면적이 각각 $\frac{1}{10}m^2$, $\frac{1}{5}m^2$, $\frac{3}{10}m^2$, $\frac{2}{5}m^2$가 되게 하려고 합니다. 빗선을 친 부분의 면적을 구하십시오. ☞

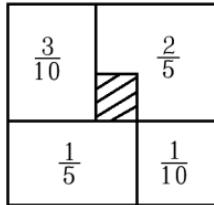



그림 13

73. 수학경연에 참가한 5명의 학생 A, B, C, D, E의 시험성적은 100점을 만점으로 하는 채점법에서 모두 91점보다 큰 옹근수입니다. A, B, C의 평균점수는 95점이고 B, C, D의 평균점수는 94점이며 A는 1등이고 E는 3등으로서 96점입니다. D는 몇점을 맞았습니까? ☞

74. 어떤 학교에서는 아침 6시에 문을 열고 저녁 6시 40분에 문을 닫습니다. 오후에 순희가 영옥이에게 《지금 몇시입니까?》라고 물었더니 다음과 같이 대답하였습니다. 《문을 연 때로부터 지금시간까지의 $\frac{1}{3}$에 지금부터 문을 닫을 때까지 시간의 $\frac{1}{4}$을 더하면 지금시간입니다.》 지금시간은 오후 몇시입니까? ☞

75. 한대의 자동차가 지점 A에서 떠나서 지점 B로 가는데 자동차의 속도를 20% 높이면 예정했던 시간보다 한시간 앞당겨 도착하고 본래의 속도로 120km를 달린 다음 다시 속도를 25% 높이면 40분 앞당겨 도착합니다. A와 B사이의 거리는 몇km입니까? ☞

76. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\frac{7}{18}\times4.5+3\frac{3}{4}\div16.2$$

77. A와 B는 모두 자연수이고

$$\frac{A}{11}+\frac{B}{3}=\frac{17}{33}$$

입니다. A+B를 구하십시오. ☞

78. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\frac{\frac{2}{3}+\left(1\frac{2}{3}-\frac{7}{12}\right)}{\left(0.25+\frac{2}{7}\right)\times4}$$

79. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\frac{4\frac{1}{2}\div2\frac{4}{7}+\frac{1}{6}}{13+\frac{1}{3}-3.75\times3\frac{1}{5}}$$

80. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\left(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$$

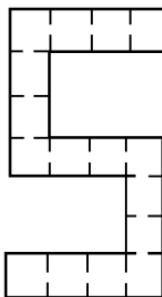
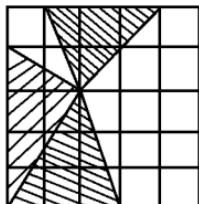
81. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\left[14.8+\left(3\frac{2}{7}-1.5\right)\times1\frac{3}{25}\right]\div4\frac{1}{5}$$

그림 14

82. 그림 14는 크기가 꼭 같은 16개의 바른4각형으로 되여있습니다. 이 도형의 면적이 $400cm^2$라면 그것의 둘레길이는 얼마입니까? ☞

그림 15

83. 그림 15와 같이 5×5인 눈금종이가 있는데 매 작은 칸의 한변의 길이는 각각 1cm입니다. 그림에서 빗선을 친 부분의 면적은 얼마입니까? ☞

84. 그림 16의 매 칸에 한 개의 수를 써넣어 가로줄, 세로줄 및 두 대각선우에 있는 4개 칸에 있는 수가 모두 1, 3, 5, 7이라면 ☆로 표시한 두 칸에 있는 수들의 합은 얼마입니까? ☞

1	3	5	7
7			
☆	☆		

그림 16

85. 다음수표에서 100번째 행의 왼쪽 첫번째수는 얼마입니까? ☞

2 3 4 　　제1행
7 6 5 　　제2행
8 9 10 　　제3행
13 12 11 　　제4행
14 15 16 　　제5행
… 　　…

86. 두개의 4자리수의 차는 8921입니다. 이 4자리수의 최대값은 얼마입니까? ☞

87. 두 공장 A, B에서 공동으로 공작기계를 생산합니다. A에서는 B에서보다 8대를 적게 생산하였고 A에서의 생산량은 B에서의 생산량의 $\frac{12}{13}$입니다. 두 공장에서는 각각 몇대의 공작기계를 생산하였습니까? ☞

88. 세 사람 A, B, C가 200m달리기경기를 합니다. A가 결승선에 이르렀을 때 B는 결승선으로부터 20m되는 지점에 있었고 C는 결승선으로부터 25m 되는 지점에 있었습니다. 만일 A, B, C가 달리는 속도에는 변화가 없다면 B가 도착점에 이르렀을 때 C는 도착점으로부터 몇m 떨어진 지점에 있었습니까? ☞

89. 어떤 공장에 27명의 기사가 있고 그들과 함께 일하는 조수는 40명입니다. 매 기사는 1명의 조수, 2명의 조수 또는 3명의 조수와 함께 일할수 있습니다. 만일 1명의

조수와 함께 일하는 기사의 수가 나머지 기사들의 2배라면 2명의 조수와 함께 일하는 기사는 몇명입니까?☞

90. 학교 A의 학생수는 학교 B의 학생수의 40%이고 A의 녀학생수는 학교 A의 학생수의 30%이며 B의 남학생수는 학교 B의 학생수의 42%입니다. 두 학교의 녀학생수는 두 학교의 총 학생수의 몇%입니까?☞

91. 원의 중심이 같은 3개의 반원이 있습니다. 그것들의 직경은 각각 1cm, 3cm, 5cm입니다. 선분으로 8개의 쪼각을 잘랐습니다. 만일 매 쪼각안의 글자가 이 쪼각의 면적을 표시하고 같은 글자가 같은 면적을 표시한다면 A:B는 얼마입니까? (그림 17) ☞

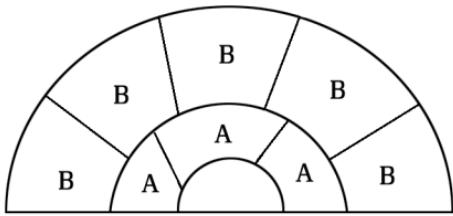



그림 17

92. 8개의 수가 왼쪽으로부터 오른쪽으로 한줄로 배렬되여있습니다. 세번째수부터 시작하여 매 수는 모두 그 앞에 있는 두 수의 합과 같습니다. 일곱번째수와 여덟번째수가 각각 81, 131이라면 첫번째수는 얼마입니까?☞

93. 두개의 4자리수의 차가 8921이면 이 두개의 4자리수로 한개의 조를 만듭니다. 이와 같은 조를 모두 몇개 만들수 있습니까?☞

94. 참분수들이 있는데 그것들의 분자와 분모를 곱한 적은 모두 140입니다. 이와 같은 분수를 작은수부터 큰 수의 순서로 배렬한다면 세번째분수는 얼마입니까?☞

95. 어떤 7자리수 1993□□□가 동시에 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9로 말끔히 나누어지려면 그것의 마지막 3자리수는 어떤 수여야 합니까?☞

96. 함안에 붉은색, 흰색의 두가지 유리알이 있는데 붉은색유리알은 흰색유리알의 3배보다 2알 더 많습니다.

매번 함에서 흰색유리알 7알과 붉은색유리알 15알을 꺼냅니다. 함안에 흰색유리알 3알과 붉은색유리알 53알이 남아있다면 함안에 있는 붉은색유리알은 흰색유리알보다 얼마나 더 많았습니까?☞

97. 두 수 a, b를 앞으로부터 100개의 자연수중에서 서로 다른 두 수라고 합시다. 이때 $\frac{a+b}{a-b}$의 최대값은 얼마입니까?☞

98. 50개의 바둑돌을 원형으로 배렬하고 차례로 번호 1, 2, 3, ⋯, 50을 달았습니다. 시계바늘이 도는 방향을 따라 매번 하나 건너 한개씩 꺼내는 방법으로 바둑돌이 한개가 남을 때까지 진행합니다. 남아있는 바둑돌의 번호가 39라면 첫번째로 꺼낸 바둑돌의 번호는 얼마입니까?☞

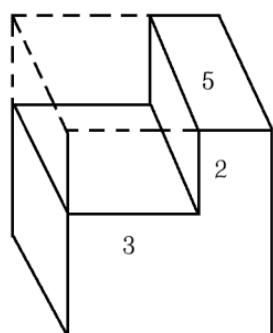
99. 수 1, 2, 3, 4, 5에서 4개의 수를 선택하여 그림 18에 써넣되 오른쪽수가 왼쪽수보다 크고 아래수가 웃수보다 크게 하려고 합니다. 모두 몇가지 써넣기방법이 있습니까?☞

		6
		7

그림 18

100. 한개의 바른6면체가 있는데 한변의 길이는 5cm입니다. 만일 왼쪽 웃모서리에서 한변의 길이가 각각 5cm, 3cm, 2cm인 직6면체를 잘라낸다면 바른6면체의 겉면적은 몇 % 줄어듭니까?(그림 19) ☞

그림 19

101. 어떤 학교의 2학년에 두개 학급이 있었는데 다시 갈라서 새로 세개 학급을 만들려고 합니다. 본래 1반의 $\frac{1}{3}$과 2반의 $\frac{1}{4}$로 새로운 1반을 만들고 본래 1반의 $\frac{1}{4}$과 2반의 $\frac{1}{3}$로 새로운 2반을

만들며 나머지 30명으로 새로운 3반을 만들려고 합니다. 새 1반의 학생수가 새 2반의 학생수보다 10% 더 많다면 본래 1반은 몇명이였습니까?☞

102. 두 자동차가 각각 두 지점 A, B에서 출발하여 오고갑니다. 첫번째 자동차는 한시간동안에 15km 가고 두번째 자동차는 한시간동안에 35km 가며 두 자동차가 세번째로 만난(두 자동차가 동시에 같은 지점에 도착한것을 서로 만났다고 합니다.) 지점과 네번째로 만난 지점사이의 거리는 100km입니다. 두 지점사이의 거리는 얼마입니까?☞

103. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\left(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$$

104. 그림 20에 있는 도형을 몇개 붙여서 그림 21에 있는 도형처럼 만들수 있는 도형은 어느것입니까?☞

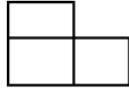
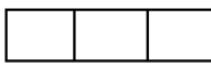



그림 20

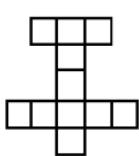
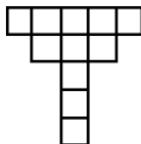
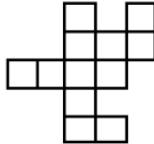
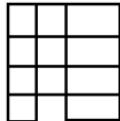



그림 21

105. 다음식을 계산하십시오. ☞

$$\left[14.8+\left(3\frac{2}{7}-1.5\right)\times1\frac{3}{25}\right]\div4\frac{1}{5}$$

106. 두 수의 합이 64이고 두 수의 적이 4875로 말끔히 나누어진다면 이 두 수의 차는 얼마입니까?☞

107. 1개의 2자리수 (두 수는 다 씨수입니다.)의 두 수사이에 수 6을 써넣어 만든 3자리수는 본래수보다 870이 더 큽니다. 본래 수는 얼마입니까? ☞

108. 영희, 옥희, 순옥이가 상점에 가서 학습장을 사려고 합니다. 영희가 가지고 간 돈으로 3권을 사자면 55전 모자라고 옥희가 가지고 간 돈으로 3권을 사자면 69전이 모자라며 3명이 돈을 모아서 3권을 사면 30전이 남습니다. 순옥이에게 있는 돈이 37전이라면 학습장 1권의 값은 얼마입니까? ☞

109. 어떤 학교에 465명의 학생이 있는데 그중 녀학생의 $\frac{2}{3}$는 남학생의 $\frac{4}{5}$보다 20명 적습니다. 녀학생은 남학생보다 몇명 더 많습니까? ☞

110. 다음 산수식들의 □안에 더하기, 덜기, 곱하기, 나누기를 써넣어 얻은 4개의 산수식의 답의 합이 될수록 크게 하려고 합니다. 이 합을 구하십시오. ☞

$6 \ \square \ 0.3 = \bigcirc \qquad 6 \ \square \ 0.(3) = \bigcirc$

$6 \ \square \ \frac{1}{0.3} = \bigcirc \qquad 6 \ \square \ \frac{1}{0.(3)} = \bigcirc$

111. 4개의 수가 있습니다. 매번 3개 수를 취하여 그것들의 평균값을 구하고 다시 1개 수를 더합니다. 이런 방법으로 4번 계산하여 각각 다음과 같은 수를 얻었습니다.

86, 92, 100, 106

본래 4개 수의 평균값은 얼마입니까? ☞

112. 3개의 수도관 A, B, C가 다같이 동시에 물을 넣으면 빈 물탕크를 한시간이면 채울수 있습니다. 만일 A, B로 물을 넣으면 1시간 20분이 걸리고 B, C로 물을 넣으면 1시간 15분이 걸립니다. B로 물을 넣는다면 빈 물탕크를 채우는데 몇시간 걸리겠습니까? ☞

113. 두봉지의 사탕이 있는데 매 봉지에는 딸기사탕, 박하사탕, 우유사탕이 들어있습니다.

① 첫번째 봉지에는 두번째 봉지의 $\frac{2}{3}$ 있고

② 첫번째 봉지에는 우유사탕이 25%, 두번째 봉지에는 박하사탕이 50% 있으며

③ 첫번째 봉지에서 우유사탕은 두번째 봉지에 있는 우유사탕의 2배입니다.

두 봉지의 사탕을 합쳤을 때 우유사탕이 28% 들어있었다면 박하사탕은 몇% 들어있겠습니까?☞

114. 도시 ㄱ에서 ㄴ까지 가는 자동차길이 있는데 세 구간으로 분할하였습니다. 첫 구간에서 자동차는 한시간동안에 40km 달리고 두번째 구간에서는 한시간동안에 90km 달리며 세번째 구간에서는 한시간동안에 50km 달립니다. 첫구간의 길이는 세번째 구간길이의 2배입니다. 지금 두 자동차가 각각 두 도시에서 출발하여 서로 마주 향해 달립니다. 1시간 20분후에 두번째 구간의 $\frac{1}{3}$(ㄱ로부터 ㄴ방향으로 $\frac{1}{3}$이 되는 곳)이 되는 곳에서 서로 만났습니다. 두 도시사이거리는 몇km입니까?☞

[풀 이]

1. $3.6\times31\frac{2}{5}+43.9\times6\frac{2}{5}=$

$=3.6\times31.4+43.9\times6.4$

$=3.6\times31.4+(31.4+12.5)\times6.4$

$=(3.6+6.4)\times31.4+12.5\times6.4$

$=314+80=394$

답 394

[설명]

옹근수가 되게 묶어서 계산하는것은 계산을 쉽게 하기 위한 한가지 방법입니다. 이 문제에서는 $3.6+6\frac{2}{5}=10$이 된다는데 주의를 돌려야 하며 $43.9=31.4+12.5$로 가르면 3.6×31.4의 곱하기계산이 쉽게 된다는데 주의를 돌려야 합니다. $12.5=\frac{100}{8}$을 리용함으로써 계산이 간단하게 되였습니다. 이때 소수점의 위치 즉 자리수에 주의하여야 합니다.

계산을 간단히 하려면 속셈을 잘하여야 합니다. 속셈은 계산을 쉽고 간단히 하게 하는 아주 좋은 방법입니다.

2. 흔히 쓰는 약분법

① 분수의 분자와 분모를 씨인수분해하고 같은 인수를 략해버립니다.

② 련이어 나누는 방법으로 분자, 분모의 최대공통약수를 찾은 다음 이 최대공통약수를 략해버립니다.

이 두가지 방법을 쓰면 문제가 쉽게 풀립니다.

풀이. $\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$, $4\times6=24$, $2+4=6$이라는데 주의를 돌려야 합니다. 이로부터 다음과 같은 산수식을 얻을수 있습니다.

$$16\times4=64$$
$$166\times4=640+24=664$$
$$1{,}666\times4=6{,}640+24=6{,}664$$
$$\cdots$$

따라서

$$\frac{16{,}666{,}666{,}666}{66{,}666{,}666{,}664}=\frac{1}{4}$$

이라는것을 알수 있습니다.

[설명]

이 문제는 분수 $\frac{1}{4}\left(=\frac{16}{64}\right)$의 다음과 같은 성질을 보여줍니다.

분자 1의 뒤에 임의의 개수의 6을 쓰고 분모 4앞에 같은 개수의 6을 써도 분수의 값은 변하지 않습니다.

이와 비슷한 성질을 가지는 분수로 다음의 3개를 들수 있습니다.

$\frac{1}{5}=\frac{19\cdots99}{99\cdots95}$ (분자와 분모에 있는 9의 개수는 같습니다.)

$\frac{2}{5}=\frac{26\cdots66}{66\cdots65}$ (분자와 분모에 있는 6의 개수는 같습니다.)

$\frac{4}{8}=\frac{49\cdots99}{99\cdots98}$ (분자와 분모에 있는 9의 개수는 같습니다.)

3. $7142.85\div3.7\div2.7\times1.7\times0.7=$

$=1930.5\div2.7\times1.7\times0.7$

$=715\times1.7\times0.7$

$=850.85$

[설명]

이 문제는 흥미있는 순환소수와 관계됩니다.

$\frac{1}{7}=0.(142857)$ $\frac{4}{7}=0.(571428)$

$\frac{2}{7}=0.(285714)$ $\frac{5}{7}=0.(714285)$

$\frac{3}{7}=0.(428571)$ $\frac{6}{7}=0.(857142)$

수 2, 3, 4, 5, 6으로 각각 142857의 6자리수를 곱하면

그때 얻어지는 결과는 본래의 6개 수로 이루어집니다. 다만 순서만이 달라질뿐입니다.

$\frac{5}{7}$=0.(714285)로부터 714285×7=5×999999라는것을 알수 있습니다. 또한 7142.85×0.7=5×999.999=5×27×37.037이라는것을 알수 있습니다.

이것에 기초하여 이 문제의 다음과 같은 풀이방법을 얻을수 있습니다.

$$7142.85 \div 3.7 \div 2.7 \times 1.7 \times 0.7=$$
$$=7142.85 \times 0.7 \div 2.7 \div 3.7 \times 1.7$$
$$=5 \times 27 \times 37.037 \div 2.7 \div 3.7 \times 1.7$$
$$=5 \times 10 \times 10.01 \times 1.7$$
$$=85 \times 10.01=850.85$$

답 850.85

4. 더하기에 관한 곱하기의 분배법칙을 쓰면

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}\right) \times 385=$$
$$=77+55+35+192\frac{1}{2}+128\frac{1}{3}+29\frac{8}{13}$$
$$=516+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{8}{13}$$
$$=517\frac{35}{78}$$

답 $517\frac{35}{78}$

5. 옹근수로 만들기 위하여 소수의 곱하기를 계산할 때 소수점의 위치를 옮겨도 곱한 적은 변하지 않습니다. 실례로

$$41.2 \times 8.1=412 \times 0.81$$

입니다.

$$41.2\times 8.1+11\times 9\frac{1}{4}+537\times 0.19=$$
$$=412\times 0.81+(412+125)\times 0.19+9.25\times 11$$
$$=412\times 0.81+412\times 0.19+125\times 0.19+925\times 0.11$$
$$=(0.81+0.19)\times 412+125\times 0.19+(125+800)\times 0.11$$
$$=412+125\times 0.19+125\times 0.11+800\times 0.11$$
$$=412+(0.19+0.11)\times 125+88$$
$$=412+37.5+88$$
$$=537.5$$

[설명]

두 수를 곱할 때 곱하는수를 두 수의 합으로 가른 다음 다시 곱하기분배법칙을 써서 계산하면 계산이 간단해집니다. 이 문제를 푸는 과정에 이 방법을 여러번 리용하였습니다.

답 537.5

6. 분모가 커지면 분수의 값이 작아지고 분모가 작아지면 분수의 값이 커집니다. 따라서 주어진 식을 분수로 표시하면

$$\frac{12,345,678,910,111,213}{31,211,101,987,654,321}$$

이 됩니다.

$$\frac{12,345,678,910,111,213}{31,220,000,000,000,000}$$
$$<\frac{12,345,678,910,111,213}{31,211,101,987,654,321}$$
$$<\frac{12,345,678,910,111,213}{31,210,000,000,000,000} \qquad (*)$$

문제에서 요구하는 조건은 소수점뒤로 3자리수를 구하는것이므로 소수점뒤로 네번째자리까지 계산하면 됩니다.

(*)식에 있는 앞부분의 분수식값만 계산하면 됩니다.

$$1,234.5678\div 3,122\approx 0.3954$$

(소수점뒤로 네번째자리까지 계산하면 되므로 나누일 수 8뒤에 있는 수들은 생각하지 않아도 됩니다.)

(*)식에 있는 뒤부분의 분수식값은

$$1,234.5678 \div 3,121 \approx 0.3955$$

가 됩니다. 따라서 주어진 문제의 값은 0.3954와 0.3955사이에 있습니다. 소수점뒤로 3자리수는 395입니다.

[설명]

정확한 값을 계산할수 없는 근사계산에서는 《평가》가 매우 중요합니다 왜냐하면 불필요한 계산을 피할수 있게 하기때문입니다. 따라서 안같기부호는 평가하는데서 중요한 역할을 합니다.

답 소수점뒤로 3자리수는 395입니다.

7. 이 문제를 하나하나 더해가는 방법으로 계산하면 복잡합니다. 그러므로 다른 묘리를 찾아야 합니다.

$$1991+199.1+19.91+1.991=$$
$$=1991+1991\times0.1+1991\times0.01+1991\times0.001$$
$$=1991\times1.111=(2000-9)\times1.111=2222-9.999$$
$$=2222-(10-0.001)=2212.001$$

이 문제를 다른 방법으로도 풀수 있습니다.

$$1991+199.1+19.91+1.991=$$
$$=(1991+199.1)+(19.91+1.991)$$
$$=2190.1+21.901=2212.001$$

[설명]

앞에 있는 두 수의 합은 뒤에 있는 두 수의 합의 100배입니다. 따라서 앞에 있는 두 수의 합의 소수점을 왼쪽으로 두자리 옮기면 뒤에 있는 두 수의 합이 얻어집니다.

답 2212.001

8. 오른쪽 바른4각형의 빗선을 친 부분의 면적은 왼쪽 바른4각형의 빗선을 치지 않은 부분의 면적과 꼭 같습니다. 따라서 오른쪽과 왼쪽에 있는 두 바른4각형의 빗선을 친 부분의 면적을 합치면 한변의 길이가 2cm 인 바른4각형이 얻

어집니다. 그 면적은 $2 \times 2=4(cm^2)$입니다. 여기에 가운데 있는 직4각형의 면적 $1 \times 2=2(cm^2)$를 더하면 빗선을 친 부분의 면적이 얻어집니다.

답 $6cm^2$

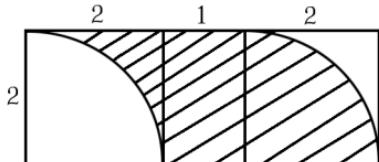



그림 답-1

9. 큰수를 A, 작은수를 B라고 하면 문제의 조건에 의하여 A는 B의 7배이고 A에서 B를 덜면 7이 됩니다. 즉 B의 6배가 7입니다. 따라서 $B=\frac{7}{6}$입니다.

$$A=B\times 7=\frac{7}{6}\times 7=\frac{49}{6}$$

$$A+B=\frac{49}{6}+\frac{7}{6}=\frac{56}{6}=\frac{28}{3}=9\frac{1}{3}$$

답 두 수의 합은 $9\frac{1}{3}$입니다.

10. 전체 복숭아량을 1로 보면

$$\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=$$

$$=\frac{6}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{7}$$

이 됩니다.

[설명]

이 계산은 마지막에 남은 12알의 복숭아는 복숭아 전체량의 $\frac{1}{7}$이며 첫날에 $\frac{1}{7}$을 먹었고 두번째 날에는 전체량의

$$\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{1}{7}$$

을 먹었다는것을 보여줍니다.

따라서 첫날과 두번째 날에는 모두 전체량의 $\frac{1}{7}$을 먹었습니다. 즉 모두 12알을 먹었습니다. 이로부터 원숭이는 매일 꼭 같은 량의 복숭아를 먹었다는것을 알수 있습니다.

원숭이는 첫날과 두번째 날에

$$12+12=24(\text{알})$$

먹었습니다.

답 원숭이는 첫날과 두번째 날에 모두 24알 먹었습니다.

11. 큰수를 될수록 한변우에 쓰고 작은수를 될수록 다른 변우에 써야 합니다. 먼저 수 9, 8, 7을 오른쪽 변우에 쓰고 수 1, 2, 3을 왼쪽변우에 쓴 다음 두 변에 다 포함되는 동그라미안에 써넣을 수를 생각합니다. 다음과 같이 비교해봅시다.

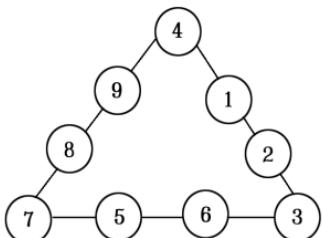



그림 답－2

$$\frac{9+8+7+6}{1+2+3+6}=\frac{30}{12} \qquad \frac{9+8+7+5}{1+2+3+5}=\frac{29}{11}$$

$$\frac{9+8+7+4}{1+2+3+4}=\frac{28}{10}$$

$\frac{30}{12}$, $\frac{29}{11}$, $\frac{28}{10}$ 중에서 $\frac{28}{10}$이 제일 큽니다.

[설명]

세 수를 비교하는 과정에 다음과 같은 사실을 알수 있습니다. 분자가 분모보다 큰 분수에서 분자와 분모에 같은 수를 더해주면 더하는수가 클수록 분수의 값은 작아집니다.

답 비는 2.8입니다.

※ 만일 분자가 분모보다 작은 분수를 우와 같이 처리하면 어떻게 되겠는가를 생각해보십시오.

12. 서로 마주 향해가는 경우 두 사람이 걸어간 거리는 두 지점 ㄱ, ㄴ사이의 거리이고 같은 방향으로 가는 경우 두 사람이 걸어간 거리의 차가 ㄱ, ㄴ사이의 거리로 됩니다.

서로 마주 향해가는 경우

두 지점사이의 거리=두 사람의 속도의 합×0.5시간

같은 방향으로 가는 경우

두 지점사이의 거리=두 사람의 속도차×따라잡는데 걸리는 시간

따라서 두 사람의 속도의 합×0.5시간=두 사람의 속도의 차×따라잡는데 걸리는 시간

즉

$$\text{따라잡는데 걸리는 시간}=\frac{\text{두 사람의 속도의 합}}{\text{두 사람의 속도의 차}}\times 0.5$$

A가 7시간, B가 5시간 걸어갔다고 하면 두 사람은 12시간 걸은것으로 되고 그 차는 2시간입니다. 따라서

$$\text{따라잡는데 걸리는 시간}=\frac{12}{2}\times 0.5=3(\text{시간})$$

답 A가 B를 따라잡는데 3시간 걸립니다.

13. 그림 답-3의 ⑤ 또는 ⑦을 각각 4개씩 합치면 면적이 16cm^{2}인 바른4각형이 얻어집니다. ①, ②, ⑥을 합쳐서 면적이 16cm^{2}인 바른4각형을 만들수 있습니다. ③, ④로는 면적이 16cm^{2}인 바른4각형을 만들수 없습니다.

답 면적이 16cm^{2}인 바른4각형을 만들수 있는 도형은 5가지입니다.

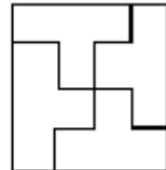
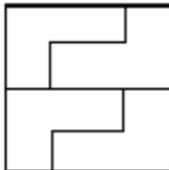
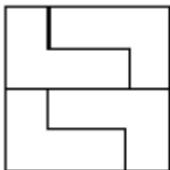



그림 답-3

14. 두 사람이 함께 일하면 48일동안에 끝낼수 있고 A가 혼자서 하면 63일동안 걸리므로 48일 일하고 15일 더 일하게 됩니다. 그러므로 B는

$$48-28=20(일)$$

더 일하게 됩니다.

A가 42일동안 일한다면 48일보다 6일 적게 일합니다. 6일동안의 작업량을 B가 하려면 $6\div\frac{15}{20}=8$(일) 걸립니다.

B가 48일동안 일하여야 하므로 총적으로는

$$48+8=56(일)$$

걸려야 합니다.

답 총 56일 걸립니다.

15. 서로 다른 4개의 제일 작은 씨수는 2,3,5,7이므로 4개의 서로 다른 씨수를 가지는 제일 작은 자연수는

$$2\times3\times5\times7=210$$

입니다.

답 210

[설명]

$2^3\times3\times5\times7^2$이 서로 다른 4개의 씨수로 될수 있습니까? 서로 다른 4개의 씨수로는 되지만 제일 작은 자연수는 아닙니다.

16. 먼저 네번째수가 얼마인가를 찾아야 합니다.

이 7개 수의 네번째수에서 차례로 15, 10, 5를 덜면 그 앞에 있는 3개의 수가 얻어지며 차례로 5, 10, 15를 더하면 뒤에 있는 3개의 수가 얻어집니다. 따라서 네번째수는 7개 수의 평균값입니다. 즉

$$210\div7=30$$

입니다.

첫번째수는 30－15=15이고 여섯번째수는 30+10=40입니다.

답 첫번째수는 15이고 여섯번째수는 40입니다.

17. 문제에서 주어진 방법에 따라 이 수들을 쓴 다음 다시 매 수를 3으로 나누었을 때의 나머지에 어떤 규칙이 있는가를 살펴봅니다. 그런데 이런 방법으로 하면 사실 복잡합니다. 다음과 같이 합시다. 세번째수부터 시작하여 앞에 있는 두 수를 3으로 나누었을 때의 나머지가 얻어집니다. 이렇게 하면 앞의 10개 수를 3으로 나누었을 때의 나머지가 얻어집니다. 표를 만들면 다음과 같습니다.

수의 순서	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3으로 나누었을 때 나머지	0	1	1	2	0	2	2	1	0	1

표에서 알수 있는바와 같이 아홉번째와 열번째의 두 수를 3으로 나눈 나머지와 첫번째수와 두번째수를 3으로 나눈 나머지는 같습니다. 그러므로 이 수들을 3으로 나누었을 때의 나머지는 8개의 수마다 한번씩 순환합니다. $1991=8\times248+7$이므로 1991번째수를 3으로 나눈 나머지는 일곱번째수를 3으로 나누었을 때의 나머지와 같습니다.

답 1991번째수를 3으로 나누었을 때의 나머지는 2입니다.

※ 비슷한 실례를 하나 들어봅시다.

수들의 렬이 있는데 뒤에 있는 수는 앞에 있는 수의 2배이고 첫번째수는 2입니다. 1991번째수를 7로 나눈 나머지는 얼마입니까?

앞에 있는 수의 나머지에 2를 곱하고 다시 7로 나누면 뒤에 있는 수를 7로 나눈 나머지가 얻어집니다. 이 나머지들은 다음과 같은 규칙을 가집니다. 2, 4, 1, 2, 4, 1…

따라서 1991번째수를 7로 나눈 나머지는 4입니다.

18. 그림 답-4에서 빗선을 치지 않은 부분을 합치면 한변의 길이가 4cm인 바른4각형이 되므로 그 면적은

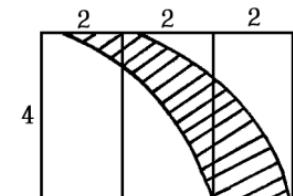



그림 답-4

$$4\times4=16(cm^2)$$

가 됩니다.

따라서 빗선을 친 부분의 면적은

$$4\times6-4\times4=8(cm^2)$$

입니다.

답 $8cm^2$입니다.

19. 서로 다른 4개의 자연수중에서 1이 제일 작은수로는 될수 없습니다. 왜냐하면 1을 합쳤을 때 문제의 조건을 만족시키는 수로는 2와 3뿐이기때문입니다.

이제 2, 3, 4, 5를 봅시다. 5+2=7, 5−2=3이므로 합이 차로 말끔히 나누어지지 않습니다. 조건을 만족시키지 못합니다. 다시 2, 3, 4, 6을 봅시다. 6+2=8, 6−2=4이므로 조건을 만족시킵니다. 따라서 가운데 있는 두 수의 합은

$$3+4=7$$

입니다.

답 제일 큰수 6과 제일 작은수 2의 합이 제일 작고 가운데 있는 두 수의 합은 7입니다.

[설명]

합이 차로 말끔히 나누어지는 4개의 자연수는 매우 많습니다. 이제 이 문제를 수가 5개인 경우로 넓혀서 관찰합시다. 가운데 있는 임의의 두 수의 합이 모두 차로 말끔히 나누어지겠습니까? 그중 한가지 방법을 봅시다.

구하려는 5개의 수를 x, x+2, x+3, x+4, x+6 (2, 3, 4, 6은 합이 차로 말끔히 나누어지는 수들입니다.)이라고 합시다.

2, 3, 4, 6의 공통배수를 구하면 12, 24,…이 되는데 주어진 조건의 5개 수를 만족시키게 할수 있습니다.

12, 12+2=14, 12+3=15, 12+4=16, 12+6=18. 12를 24, 36,…등으로 바꾸어도 조건을 만족시키는 서로 다른 5개의 수를 구할수 있습니다. 그리고 합이 최소라는 조건을 만족시키는 5개의 수는 6, 8, 9, 10, 12입니다.

이 방법에 따라 차례로 6개, 7개의(조건을 만족시키는) 수를 구할수 있습니다.

20. A의 속도를 13뭈, B의 속도를 11뭈으로 보고 서로 마주 향해간다고 하면

A, B사이의 거리$=(13+11)\times 0.5$

가 되고 같은 방향으로 간다고 하면

A, B사이의 거리$=(13-11)\times$따라잡는데 걸리는 시간

이 됩니다. 그러므로

$(13+11)\times 0.5=(13-11)\times$따라잡는데 걸리는 시간

이 됩니다.

따라잡는데 걸리는 시간$=\dfrac{13+11}{13-11}\times 0.5=6$(시간)

답 A가 B를 따라잡는데 6시간 걸립니다.

21. A가 앞의 75개의 제목, C가 뒤의 52개의 제목을 읽었다고 하면 그들은 $(75+52)-100$ 만큼은 같은 제목을 읽어야 합니다. 이 27개 제목은 $(75-27)+1=49$번째 제목으로부터 $49+27-1=75$번째 제목까지입니다. 이러한 제목은 절반이상은 $\dfrac{100}{2}=50$개 제목 뒤의것입니다. 그러므로 B는 앞으로부터 60개 제목을 읽어야 하며 27개의 제목과 가장 적게 겹쳐야 합니다.

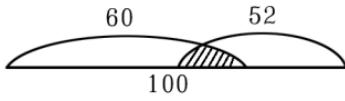
세 사람이 다 같이 읽은 제목수는 $27-(75-60)=12$제목입니다. 사실 60과 52는 100에서 제일 적게 겹친 부분으로 됩니다(그림 답—5).

그림 답—5

$(60+52)-100=12$

답 세 사람은 적어서 12제목을 공통으로 읽었습니다.

22. 《2개의 수 4사이에 4개의 수가 있습니다.》는 조건으로부터 문제를 풀어나갑시다.

4__ __ __ __4

2개의 4사이에 있는 4개의 자리에 2개의 3을 쓸수 없습니다. 만일 2개의 2를 쓴다면 2개의 2사이에 알맞는 수가 없습니다. 따라서 2개의 1만 쓸수 있습니다. 즉

41＿1＿4

다음 2개의 3을 쓸 위치를 찾습니다.

4131＿＿43

마지막으로 2를 쓰면

41312432

가 얻어집니다.

반대로 다른 1개의 8자리수를 얻을수 있습니다.

23421314

답 41312432, 23421314

23. 3각형 ①, ②, ③, ④의 면적을 A, B, C, D로 표시하면 A:B=2:1로부터 A=2B가 얻어집니다.

그림 답－6

주어진 조건으로부터 B, C사이의 관계를 얻을수 있고 따라서 C를 구할수 있으며 D도 구할수 있습니다.

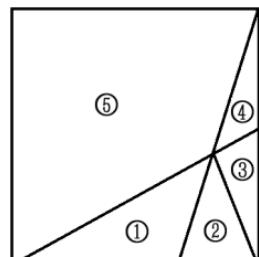
$$A+B+C=2B+B+C=3B+C=\frac{1}{4}$$

$$B+C+D=B+2C=\frac{1}{6}$$

입니다. $B+2C=\frac{1}{6}$의 량변을 3배만큼 늘이면 $3B+6C=\frac{1}{2}$이 얻어지는데 $3B+6C=\frac{1}{4}$과 비교하면

$$5C=\frac{1}{4}$$

$$C=\frac{1}{20}(m^2)$$

가 됩니다. 즉 $D=C=\frac{1}{20}(m^2)$입니다. 따라서

$$A+B+C+D=(A+B+C)+D$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{20}=\frac{3}{10}\,(m^2)$$

입니다.

답 $\frac{3}{10}\,m^2$

24. 문제의 조건에 의하여

$$\frac{5}{6}\times A=\frac{1}{4}\times B$$

가 되므로 $A:B=\frac{1}{4}:\frac{5}{6}=3:10$이 됩니다.

따라서 A는 3의 배수이고 B는 10의 배수이며 A로 취할수 있는 제일 작은 값은 3, B로 취할수 있는 제일 작은 값은 10입니다. 두 수 A, B의 합은 3+10=13입니다.

답 두 수 A, B의 합의 최소값은 13입니다.

25. 2월에는 1월보다 106－98=8(개) 더 많이 생산하였습니다. 이것은 B가 생산하는 놀이감의 개수가 2배씩 증가하기때문에 생긴 량입니다. B는 1월달에 8개의 놀이감을 생산하고 A는 매달 98－8=90개를 생산한것으로 됩니다.

B의 생산량은 매달 2배씩 증가하므로 그 생산량은 차례로

8, 16, 32, 64, 128, …

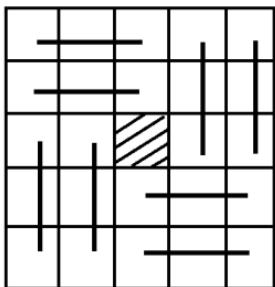
입니다. 그리고 $64<90$, $128>90$이므로 5월에 B의 생산량은 A의 생산량보다 더 많습니다.

답 5월부터 공장 B에서 생산하는 량이 공장 A에서 생산하는 량보다 많아집니다.

26. 번호가 13인 칸을 떼버리면 1×3인 8개의 직4각형을 만들수 있습니다(그림 답－7).

[설명]

그림 답－7과 같이 작은칸들에 다시 번호를 답니다. 그

(1)

1	2	3	△1	2
△3	1	2	3	1
2	3	1	2	3
1	2	3	1	△2
3	①	2	3	1

(2)

그림 답－7

림에서 보는바와 같이 1×3인 임의의 직4각형에 수 1, 2, 3이 한개씩 들어있고 번호가 1인 칸이 9개로서 번호가 2, 3인 칸보다 1개가 더 많습니다. 따라서 떼버려야 할 칸은 번호가 1인 칸이여야 합니다.

바른4각형을 가운데번호 1을 중심으로 90°, 180°, 270°씩 회전시키면 모두 본래의 바른4각형과 겹칩니다. 그러므로 1개의 칸만 떼버린다면(실례를 들면 그림에서 동그라미로 표시한 칸)이 1개의 칸을 90°, 180°, 270° 회전시켜 나머지 세칸 (그림에서 3각형으로 표시한 작은칸)을 떼버릴수도 있습니다. 다시말하여 나머지 세칸의 번호도 1로 될수 있습니다. 만일 이 조건을 만족시키지 못한다면 이 칸을 떼버릴수 없습니다. 이 조건에 맞게 하려면 중심에 있는 칸을 떼버려야 합니다.

답 번호가 13인 칸을 떼버려야 합니다.

27. 문제의 조건으로부터

세번째수=(105+85)÷2=95

네번째수=(85+95)÷2=90

다섯번째수=(95+90)÷2=92.5

여섯번째수=(90+92.5)÷2=91.25

일곱번째수=(92.5+91.25)÷2=91.875

여덟번째수부터 시작하여 그뒤의 임의의 수들은 모두

91.25~91.875사이에 있으므로 이 수들의 옹근수부는 모두 91이 됩니다.

답 열아홉번째수의 옹근수부는 91입니다.

[설명]

이 문제에서는 두 수의 평균값의 성질 즉 임의의 두 수의 평균값은 반드시 두 수사이에 있다는것을 리용하였습니다.

28. 토끼가 1분동안에

$$20 \div 60 = \frac{1}{3}(\text{km})$$

달리므로 토끼가 전체 구간을 달리는데 걸리는 시간은(휴식시간을 빼놓고)

$$5.2 \div \frac{1}{3} = 15.6(\text{분})$$

이며 15.6=1+2+3+4+5+0.6으로 됩니다.

15.6분을 6개의 달리기구간으로 가르면 토끼는 5번 휴식하게 되는데 매번 15분씩 걸립니다. 그러므로 도중에 휴식하는데 걸리는 시간은

$$15 \times 5 = 75(\text{분})$$

이며 토끼가 전체 구간을 달리는데 걸리는 시간은

$$15.6 + 75 = 90.6(\text{분})$$

입니다.

거부기가 전체 구간을 달리는데 걸리는 시간은

$$5.2 \div \frac{3}{60} = 104(\text{분})$$

입니다.

따라서 토끼는 거부기보다 먼저 도착하며 거부기보다

$$104 - 90.6 = 13.4(\text{분})$$

먼저 도착합니다.

답 토끼는 거부기보다 13.4분 먼저 도착합니다.

29. 먼저 4밑에 있는 빈칸을 봅시다.

만일 4밑에 있는 빈칸에 써넣을 수가 1을 넘으면 나머지 빈칸에는 적어도 2개의 4가 있어야 하고 5개의 수의 합이 5를 넘게 됩니다. 만일 4밑에 있는 빈칸에 1을 쓰면 4는 아래행에 한번 나타나며 4를 어느 수밑에 썼는가에 관계없이 이 수는 아래행에 4번 나타난다는것을 표시합니다. 그런데 아래행에는 빈칸이 3개(5개의 칸중에서 한칸에 1을 다른 한 칸에 4를 썼습니다.)뿐이므로 4밑에 있는 한개 칸에 0만을 쓸수 있습니다. 3밑에 있는 빈칸을 다시 봅시다. 만일 1보다 큰수를 쓴다면 두번째 행에는 적어도 2개의 3이 있게 됩니다. 이때 5를 넘기때문에 안됩니다. 만일 1을 쓴다면 3이 아래행에 한번 나타납니다. 3을 0의 밑에 쓴다면 1밑에 1을 쓸수 있는데 아직 2개 칸이 남아있습니다. 따라서 3개의 0을 쓸수 없습니다. 3을 그밖의 수밑에 쓴다면 아래행의 5개의 수의 합이 5를 넘게 됩니다. 그러므로 3밑에는 0만을 쓸수 있습니다.

두번째 행에 남아있는 3개의 빈칸중에 0, 1, 2의 3개 수만 써넣을수 있습니다. 그것들의 합이 5이여야 하므로 한개의 1과 2개의 2만이 조건을 만족시킵니다. 그러므로 1은 아래행에 한번 나타나야 하고 1의 밑에 1을 써야 합니다. 2는 아래행에 두번 나타나는데 2의 아래에 있는 칸에 2를 써야 하며 0은 아래행에서 두번 나타나는데 0의 밑칸에 2를 써야 합니다.

답 21200

[설명]

이것은 매우 흥미있는 문제입니다. 이 문제를 푸는데서 기본은 아래행에 있는 5개의 수의 합이 5가 되게 하는 것입니다.

[생각할 문제]

이 문제의 웃행에 있는 수를 10개의 수

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

로 바꾸고 나머지 조건은 그대로 둔다면 아래행의 수는 어떻게 되겠습니까?

답 621001000

30. 여우 또는 승냥이가 함정에 빠지게 되는것은 그것들의 뛰기거리가 처음에는 $12\frac{3}{8}$의 옹근배수로서 그것들이 각각 몇번씩 뛰는가에 따라 어느 놈이 먼저 함정에 빠지게 되는가 하는것이 결정되기때문입니다.

여우가 함정에 빠졌다면 여우가 뛴 거리는 $4\frac{1}{2}$과 $12\frac{3}{8}$의 최소공통배수로 됩니다.

$$4\frac{1}{2}=\frac{9}{2}=\frac{36}{8} \qquad 12\frac{3}{8}=\frac{99}{8}$$

이고 36과 99의 최소공통배수는 396입니다. 즉 $\frac{36}{8}$과 $\frac{99}{8}$의 최소공통배수는 $\frac{396}{8}=\frac{99}{2}$입니다.

이때 여우는

$$\frac{99}{2}\div 4\frac{1}{2}=11\,(\text{번})$$

뛴것으로 됩니다.

승냥이가 함정에 빠졌을 때 승냥이가 뛴 거리는 $2\frac{3}{4}$과 $12\frac{3}{8}$의 최소공통배수입니다.

$$2\frac{3}{4}=\frac{11}{4}=\frac{22}{8} \qquad 12\frac{3}{8}=\frac{99}{8}$$

이며 22와 99의 최소공통배수는 198입니다. 즉 $\frac{22}{8}$와 $\frac{99}{8}$의 최소공통배수는 $\frac{198}{8}=\frac{99}{4}$입니다.

이때 승냥이는

$$\frac{99}{4} \div 2\frac{3}{4} = 9\,(\text{번})$$

뛴것으로 됩니다. 따라서 승냥이가 먼저 함정에 빠지게 됩니다.

승냥이가 뛴 거리는

$$2\frac{3}{4} \times 9 = 24\frac{3}{4}\,(\text{m})$$

입니다.

답 승냥이가 먼저 함정에 빠졌으며 $24\frac{3}{4}$m를 뛰였습니다.

[설명]

일반적으로 분수의 최소공통배수를 구하는 방법은 다음과 같습니다.

① 분모가 같은 분수로 만듭니다.

② 분자들의 최소공통배수를 구합니다.

③ 분자의 최소공통배수를 공통분모로 나눕니다. 이때 얻어지는 결과가 분수들의 최소공통배수로 됩니다.

31. 847의 2배는 2002보다 작습니다. 그러므로 먼저 직4각형종이에서 한변의 길이가 847mm인 2개의 바른4각형을 잘라냅니다. 이때

$$2002-847\times2=308$$

이 되므로 나머지부분은 길이와 너비가 각각 847mm, 308mm인 직4각형이 됩니다. 이런 방법으로 계속 잘라나가면

$$847-308\times2=231$$

$$308-231\times1=77$$

$$77\times3=231$$

이 얻어집니다. 즉 나머지 직4각형의 길이가 231mm, 너비가 77mm인 직4각형일 때 한변의 길이가 77mm인 3개의 바른4각형을 만들수 있습니다. 따라서 마지막에 만든 바

른4각형의 한변의 길이는 77mm입니다.

답 마지막에 얻은 바른4각형의 한변의 길이는 77mm 입니다.

[설명]

문제를 푸는 과정에 리용한 자르기방법을 써서 2002와 847의 최대공통약수 77을 구하였습니다.

77이 2002와 847의 최대공통약수로 되는것은 다음과 같은 정리를 보면 알수 있습니다.

《두 옹근수 $a, b\ (a\rangle b)$가 있어서 그것들의 최대공통약수는 $a-b$와 b의 최대공통약수와 같다》라는 정리입니다.

이 정리의 증명은 간단합니다. 그것은

$$a=(a-b)+b$$

이므로 a와 b의 공통약수는 $a-b$를 말끔히 나누며 $a-b$와 b의 공통약수도 반드시 a를 말끔히 나누기때문입니다. 다시말하여 a와 b의 공통약수는 반드시 $a-b$와 b의 공통약수로 되고 $a-b$와 b의 공통약수도 반드시 a와 b의 공통약수로 됩니다. 그것들의 최대공통약수도 같습니다.

a와 b의 최대공통약수를 (a, b)로 표시합니다. 이때

$(2002, 847)=(1155, 847)=(308, 847)=(308, 539)=(308, 231)=$
$=(77, 231)=(77, 154)=(77, 77)=77$

매번 한개의 바른4각형을 잘라낸 나머지를 자르면서 찾아나갑시다. 마지막에 남은것이 한변의 길이가 77mm인 바른4각형입니다.

32. 문제가 요구하는 5개의 두자리수에는 다음과 같은 두가지 조건이 있습니다.

① 합은 홀수입니다.

② 합은 될수록 커야 합니다.

두번째조건부터 따져나갑니다. 0, 1, 2, 3, 4의 5개 수로 하나자리수를 만들고 5, 6, 7, 8, 9의 5개 수로 열의자리수를 만들면 그 합이 최대로 됩니다.

$$(0+1+2+3+4)+(5+6+7+8+9)\times 10=360$$

그런데 이것은 합이 홀수라는 첫번째조건을 만족시키

지 못합니다. 따라서 하나자리수중에서 한개의 짝수와 열의 자리중에서 한개의 홀수를 바꾸어야 합니다. 5개의 수의 합이 최대로 되게 하기 위하여서는 하나자리수의 최대짝수 4와 열의자리수중에서 최소홀수 5를 바꾸어야 합니다. 즉

$$(0+1+2+3+4+5)+(4+6+7+8+9)\times10=351$$

답 5개의 두자리수는 40, 61, 72, 83, 95이고 그 합은 351입니다.

33. 이 문제에서 나오는 말끔나누기와 관계되는 문제에서는 보통 문제에 있는 규칙 또는 결과에 영향을 주지 않는 수를 지우는 방법을 씁니다. 이 문제에서 5와 9의 개수를 적당히 줄일수 있습니까? 줄일수 있다면 중간에 써넣는 수에 영향을 미치지 않겠는가를 생각해야 합니다.

$$111111\div7=15873$$

이므로 555555와 999999은 모두 7로 말끔히 나누어집니다. 이렇게 18개의 5와 18개의 9로 만들어지는 18자리수도 모두 7로 말끔히 나누어집니다.

$$\underbrace{55\cdots5}_{20\text{개}}\square\underbrace{99\cdots9}_{20\text{개}}=\underbrace{55\cdots5}_{18\text{개}}\,\underbrace{00\cdots0}_{23\text{개}}+55\square99\,\underbrace{00\cdots0}_{18\text{개}}+\underbrace{99\cdots9}_{18\text{개}}$$

이 세수의 합가운데서 앞의 수와 뒤의 수는 7로 말끔히 나누어집니다. 따라서 55□99만 7로 말끔히 나누어지면 주어진 수는 7의 배수로 됩니다.

550보다 큰수중에서 7로 말끔히 나누어지는 수는 553이며 99÷7하면 나머지가 1, 100÷7하면 나머지가 2이므로

$$99+100\times3=399\quad(1+2\times3=7)$$

은 7로 말끔히 나누어지며 3+3=6이므로 빈칸에 6을 써넣어야 합니다.

답 $\underbrace{55\cdots5}_{20\text{개}}\boxed{6}\underbrace{99\cdots9}_{20\text{개}}$

34. 첫번째조에 있는 수들의 평균값은 총 평균값보다

$$12.8-12.02=0.78$$

이 더 크므로 전체적으로 보면

0.78×첫번째조에 있는 수들의 개수

만큼 더 큽니다.

두번째조에 있는 수들의 평균값은 총 평균값보다

12.02－10.2=1.82

만큼 작고 전체적으로 보면

1.82×두번째조에 있는 수들의 개수

만큼 더 작습니다.

따라서

$$\frac{\text{첫번째조에 있는 수들의 개수}}{\text{두번째조에 있는 수들의 개수}}=\frac{1.82}{0.78}=2\frac{1}{3}$$

답 첫번째조에 있는 수들의 개수와 두번째조에 있는 수들의 개수의 비는 $2\frac{1}{3}$입니다.

[설명]

두 수의 평균값을 계산할 때 두 수를 더한 다음 2로 나눕니다. 일상생활에서는 다른 방법을 씁니다. 실례를 들면 두무지의 사탕을 평균할 때 두무지의 사탕을 합친 다음 다시 꼭같이 나누는것이 아니라 수량이 많은 무지의 사탕을 수량이 적은 무지에 놓아 두무지의 수량이 같아지게 합니다. 이 문제를 푸는데서도 이와 같은 방법을 썼습니다. 첫번째조에 있는 매 수를 모두 12.8로, 두번째조에 있는 매 수를 모두 10.2로 계산하고 첫번째조에 있는 수들의 평균값을 두번째조에 있는 수들의 평균값에 보태주어 두 조의 개수가 같아지게 하였습니다. 이때 두번째조에 있는 수는 모두

1.82×두번째조에 있는 수들의 개수

만큼 더 많아졌습니다.

35. 그림 답－8과 같이 직4각형의 앞면과 웃면의 면적의 합이

길이×(너비+높이)=209=11×19

이므로 다음과 같은 두가지 경우가 있습니다.

① 길이=11, 너비+높이=19
② 길이=19, 너비+높이=11
따라서 너비와 높이는 반드시 그 하나는 홀수이면서 씨수이고 다른 하나는 짝수이면서 씨수여야 합니다.

11=9+2, 11=1+10, 11=3+8, 11=4+7, 11=5+6

이므로 조건을 만족시키지 못합니다. 따라서 길이=11cm입니다. 직6면체의 체적은

$11\times17\times2=374(cm^3)$ 입니다.

답 직6면체의 체적은 $374cm^3$입니다.

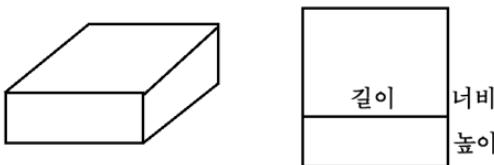



그림 답－8

36. 두번째로 통 B에 있는 혼합액의 일부를 A에 넣습니다. 이때 B에 있는 알콜의 농도에는 변화가 없습니다. 다시말하여 첫번째로 B에 넣은 다음 B안의 알콜농도는 이미 결정되였습니다.

B에 있는 알콜과 물의 비는

25％ : (100％－25％)=1:3

입니다. 따라서 처음에 A에 있는 알콜에서 $5l$를 B에 넣었으므로 순수한 알콜과 물의 비는

5:15=1:3

이 되고 두번째로 넣은 다음 알콜과 물의 비는

62.5％:(100％－62.5％)=5:3

이 됩니다.

B에서 A에 넣은 혼합액에서 순수한 알콜량을 1몫으로 보면 물은 3몫으로 됩니다. 따라서 A에 본래 남아있는 $11-5=6l$는 4몫으로 보아야 합니다. 이때 A에 있는 순수한 알콜과 물의 비는

$(1+4):3=5:3$

이 됩니다. B에서 넘어온 혼합액은 1+3=4(몫)이므로 $6l$로 보아야 합니다.

답 두번째로 B에서 A에 넣은 혼합액은 $6l$입니다.

[설명]

만일 첫번째로 B에서 A에 넣고 두번째로 A에서 B에 넣었다면 어떻게 되겠습니까?

A에 있는 순수한 알콜과 물의 비가 5:3이 되게 하려한다면 $11\times\frac{3}{5}=\frac{33}{5}(l)$를 A에 넣어야 합니다. 이때 B에는 $15-\frac{33}{5}=\frac{42}{5}(l)$의 물이 남아있게 됩니다.

두번째로 A에서 B에 넣었을 때 순수한 알콜을 1몫으로 보면 물은 $\frac{3}{5}$몫이 됩니다. B에 있는 순수한 알콜과 물의 비가 1:3이 되게 하려면 B에 남아있는 물 $\frac{42}{5}l$는

$$3-\frac{3}{5}=\frac{12}{5}(몫)$$

에 해당합니다. 1몫의 량은 $\frac{42}{5}\div\frac{12}{5}=\frac{7}{2}(l)$가 됩니다.

두번째로 넣은 혼합액은 $1+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$(몫)이고 량은

$$\frac{7}{2}\times\frac{8}{5}=5.6(l)$$

입니다.

이 두가지 넣기방법을 비교하면 첫번째 넣기방법에서 두차례의 넣기가 끝나면 A에는

$11-5+6=12(l)$

의 혼합액이 있게 됩니다. 두번째 넣기방법에서 통 A에 있는 혼합액은

$$11+\frac{33}{5}-5.6=12\,(l)$$

가 됩니다.

이것은 어느 방법으로 넣는가에 관계없이 그 결과는 같다는것을 말해줍니다.

37. 두 학급학생들이 걸어간 거리의 비를 직접 구하기는 힘듭니다. 같은 시간동안에 1반학생들이 걸어간 거리와 뻐스가 달린 거리의 비 및 같은 시간동안에 2반학생들이 걸어간 거리와 뻐스가 달린 거리의 비를 먼저 구할수 있겠는가를 생각해봅니다. 같은 시간동안에 걸어간 거리와 뻐스가 달린 거리의 비는 그것들의 속도비와 같다는 것을 알수 있습니다.

전체 거리를 그림으로 표시하여 설명합시다.

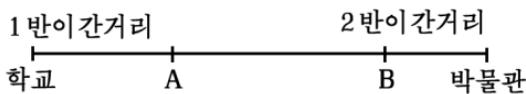



그림 답－9

1반이 먼저 걸어가고 2반이 뻐스에 타고 학교에서 출발하여 B에 도착한 다음 2반은 뻐스에서 내려서 걸어가고 뻐스는 다시 돌아오다가 A에서 1반학생들을 태우고 박물관까지 갔다고 합시다. 1반은 학교에서부터 A까지 가고 뻐스는 학교에서 B까지 갔다가 다시 B에서 A까지 갑니다. 즉 1반이 학교에서 A까지 걸어가는데 걸린 시간과 뻐스가 학교에서 B까지 그리고 B에서 A까지 가는데 걸린 시간은 같습니다.

그러므로

$$\frac{\text{1반이 걸어간 거리}}{\text{뻐스가 달린 거리}}=\frac{4}{48}=\frac{1}{12}$$

즉 같은 시간동안에 뻐스가 달린 거리 (학교에서 B까지 갔다가 다시 A까지 돌아온 거리)는 1반이 걸어간 거리

의 12배입니다. 뻐스가 A, B사이를 오고간 거리는 1반이 걸어간 거리의 11배입니다.

$$\frac{\text{1반이 걸어간 거리}}{\text{뻐스가 A,B사이를 오고간 거리}}=\frac{1}{11} \qquad ①$$

두 학급학생들이 가장 짧은 시간동안에 박물관에 도착하기 위하여서는 뻐스가 A에서 1반학생들을 태운 다음 반드시 2반학생들과 동시에 도착하여야 합니다. 이것은 2반학생들이 B에서 박물관까지 걸어가는 시간과 뻐스가 B에서 A까지 갔다가 다시 A에서 박물관까지 가는데 걸리는 시간이 같아야 한다는것을 보여줍니다. 그러므로

$$\frac{\text{2반학생들이 걸어간 거리}}{\text{뻐스가 달린 거리}}=\frac{3}{48}=\frac{1}{16}$$

즉 같은 시간동안에 뻐스가 달린 거리(B에서 A까지, 다시 A에서 박물관까지 달린 거리)는 2반학생들이 걸어간 거리의 16배입니다. 따라서 뻐스가 A, B사이를 오고간 거리는 2반학생들이 걸어간 거리의 15배입니다.

$$\frac{\text{2반학생들이 걸어간 거리}}{\text{뻐스가 A,B사이를 오고간 거리}}=\frac{1}{15} \qquad ②$$

①식과 ②식을 비교하면

$$\frac{\text{1반학생들이 걸어간 거리}}{\text{2반학생들이 걸어간 거리}}=\frac{\frac{1}{11}}{\frac{1}{15}}=\frac{15}{11}=1\frac{4}{11}$$

입니다.

답 $1\frac{4}{11}$

38. 첫번째자리와 두번째자리는 9와 1이고 세번째자리는 1이 아니라 0만이 될수 있습니다. 여섯번째자리는 0과 1이 될수 없고 다섯번째자리는 3이 될수 없습니다. 물론 0과 1도 될수 없습니다. 그러므로 다섯번째자리는 2만이 될수

있고 6자리수는 910□2□의 모양을 가져야 합니다.

네번째자리로는 3, 4, 5, 6, 7, 8의 6개의 수에서 어느 하나가 될수 있습니다. 이것이 결정되면 여섯번째자리는 나머지 5개 수들중에서 어느 하나를 취해야 합니다. 결정해야 할 네번째수와 여섯번째수를 선택할수 있는 가지수는 모두

$6\times5=30$(가지)

입니다. 이 30가지의 서로 다른 선택에는 30일이 대응합니다. 그러므로 1991년에 6개의 수가 모두 다르게 표시되는 날은 30일입니다.

답 30일

39. $75\times4.67+17.9\times2.5=25\times3\times4.67+1.79\times25$

$=25\times14.01+25\times1.79=25\times(14.01+1.79)$

$=25\times15.8=1580\div4=395$

답 395

[설명]

75는 25의 3배라는것을 리용하여 75를 25×3으로 갈라놓았습니다. 곱하기에서 소수점의 자리옮기기규칙에 의하여 2.5를 25로 바꾸면 곱하기의 분배법칙을 쓸수 있습니다.

다른 한가지 풀이법은 한개 수를 두개 수의 합으로 가른 다음 곱하기의 분배법칙을 써서 풀수도 있습니다. 이 방법은 보다 일반적인 방법이라고 볼수 있습니다.

$75\times4.67+17.9\times2.5=7.5\times4.67+17.9\times2.5$

$=7.5\times(17.9+28.8)+17.9\times2.5=7.5\times17.9+7.5\times28.8+17.9\times2.5$

$=17.9\times(7.5+2.5)+7.5\times28.8=179+216=395$

40. $\dfrac{20\frac{1}{5}-\frac{7}{25}}{10\frac{3}{8}+15\frac{9}{16}}=\dfrac{505-7}{25}\div\dfrac{166+249}{16}$

$$=\frac{498}{25}\times\frac{16}{415}=\frac{6}{25}\times\frac{16}{5}=\frac{96}{125}=0.768$$

답 0.768

[설명]

498과 415를 약분할 때 먼저

498－415=83

을 구합니다. 498과 415의 공통약수는 반드시 83이 되여야 하는데 83은 씨수입니다. 415=83×5, 498=83×6이므로 83으로 약분합니다.

41. 1992를 씨인수분해하면

1992=2×2×2×3×83

이 되므로 서로 다른 씨수는 2, 3, 83이고 그것들의 합은 88입니다.

답 서로 다른 씨수는 2, 3, 83이고 그것들의 합은 88입니다.

42. $\frac{1}{2}=\frac{6.5}{13}$, $5=\frac{6.5}{13}$

입니다.

13은 씨수이므로 7~64까지의 58개의 자연수들중에서 13, 26, 39, 52를 제외한 나머지 54개의 자연수를 분자로 하면 54개의 간단한 분수가 얻어집니다.

답 54개

43. 옹근수와 분수를 갈라서 계산합니다.

$$\left(1+\frac{19}{92}\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times2\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times3\right)+\cdots+$$

$$\left(1+\frac{19}{92}\times10\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times11\right)=$$

$$=1\times11+\left(\frac{19}{92}+\frac{19}{92}\times2+\frac{19}{92}\times3+\cdots+\frac{19}{92}\times10+\frac{19}{92}\times11\right)$$

$$=11+\frac{19}{92}\ (1+2+3+\cdots+10+11)$$

$$=11+\frac{19}{92}\times 66=11+13\frac{29}{46}=24\frac{29}{46}$$

$\frac{29}{46}>\frac{1}{2}$이므로 x에 가장 가까운 옹근수는 25입니다.

답 25

[설명]

x에 가장 가까운 옹근수를 구한다는것은 소수점뒤의 첫번째자리에 있는 수가 4이하이면 0으로, 5이상이면 1을 더하여 계산한다는것입니다.

이 문제를 다른 방법으로도 계산할수 있습니다. 첫번째수와 마지막수를 더하고 두번째수와 마지막에서 두번째수를 더하는 방법으로 하면 5개의 같은 수 $2+\frac{19}{92}\times 12$와 1개의 수 $1+\frac{19}{92}\times 6$이 얻어집니다.

$$\left(1+\frac{19}{92}\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times 2\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times 3\right)+\cdots+\left(1+\frac{19}{92}\times 10\right)+\left(1+\frac{19}{92}\times 11\right)=$$

$$=\left(2+\frac{19}{92}\times 12\right)\times 5+\left(1+\frac{19}{92}\times 6\right)=\left(10+\frac{570}{46}\right)+\left(1+\frac{57}{46}\right)$$

$$=11+\frac{627}{46}=24\frac{29}{46}$$

44. $4.25=4+0.25=4+\frac{1}{4}$

$$2.51=2.5+0.01=\frac{10}{4}+0.01$$

수를 두 수의 합으로 가르고 곱하기분배법칙을 씁니다.

$$4.25\times 5.24+1.52\times 2.51=$$

$$=(4+0.25)\times 5.24+1.52\times (2.5+0.01)$$

$$=5.24\times4+5.24\times\frac{1}{4}+1.52\times\frac{10}{4}+1.52\times0.01$$

$$=20.96+(5.24+15.2)\times\frac{1}{4}+0.0152$$

$$=20.96+5.11+0.0152$$

$$=20.96+5.1252=26.0852$$

답 26.0852

45. 곱하기의 바꿈법칙에 의하여 주어진 식에서 합과 차를 갈라서 계산합니다.

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{99}\right)\times\left(1-\frac{1}{99}\right)$$

$$=\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{99}\right)\right]\times\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\cdots\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{1}{99}\right)\right]=\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{100}{99}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\cdots\times\frac{98}{99}\right)$$

$$=50\times\frac{1}{99}=\frac{50}{99}$$

답 $\frac{50}{99}$

[설명]

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\cdots=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots$$

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\cdots=\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\cdots$$

우와 같은 여러수의 곱하기는 먼저 몇개만 계산해보면 그 규칙을 인차 알수 있습니다.

46. $0.01992\div0.004\times\frac{1}{2000}=$

$$=0.01992\div\frac{4}{1000}\times\frac{1}{2000}$$

$$=0.01992\times\frac{1000}{4}\times\frac{1}{2000}$$

$$=0.01992\times\frac{1}{8}=0.00249$$

다른 방법으로도 풀수 있습니다.

$$0.01992\div0.004\times\frac{1}{2000}=$$

$$=0.01992\div0.004\div2000$$

$$=0.01992\div(0.004\times2000)$$

$$=0.01992\div8=0.00249$$

답 0.00249

47. 분자, 분모를 인수분해하면

$6933=3\times2311$

$25421=11\times2311$

이 됩니다.

2311이 합성수인가 씨수인가에 관계없이 분자, 분모가 모두 이 수를 가지고있으므로 약분할수 있습니다.

$$\frac{6933}{25421}=\frac{3}{11}$$

답 $\frac{3}{11}$

[설명]

말끔나누기에 의하여 분자는 3으로, 분모는 11로 말끔히 나누어진다는것을 알수 있습니다. 어떤 학생들은 분모는 3의 배수가 아니고 분자만 3으로 나누어진다고 생각하는데 이것은 틀린 생각입니다. 분자와 분모가 큰수를 약분할 때 이 방법을 리용하는것이 편리합니다.

48. 먼저 ①을 변형하면

$$\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right)\times20=\left(\frac{1}{34}+\frac{1}{38}\right)\times40$$

이 됩니다.

①과 ③을 비교하면

$$\frac{1}{31} > \frac{1}{34}, \quad \frac{1}{37} > \frac{1}{38}$$

이므로 $\left(\frac{1}{31}+\frac{1}{37}\right)\times 40 > \left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right)\times 20$

$$\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{29}\right)\times 30 = 1\frac{6}{24}+1\frac{1}{29} = 2+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{29}\right)$$

$$\left(\frac{1}{31}+\frac{1}{37}\right)\times 40 = 1\frac{9}{31}+1\frac{3}{37} = 2+\left(\frac{9}{31}+\frac{3}{37}\right)$$

$$\left(\frac{1}{41}+\frac{1}{47}\right)\times 50 = 1\frac{9}{41}+1\frac{3}{47} = 2+\left(\frac{9}{41}+\frac{3}{47}\right)$$

이 됩니다.

이제 분수의 크기를 비교합니다. 이 분수의 특성에 주의를 돌려 분자가 같은 분수의 비교법을 씁니다.

괄호안에 있는 첫번째 분수를 비교합니다.

$$\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$$

이므로 $\frac{9}{31} > \frac{9}{36} > \frac{9}{41}$ 입니다.

괄호안에 있는 두번째 분수를 비교합니다.

$$\frac{1}{29} = \frac{3}{87}$$

이므로 $\frac{3}{37} > \frac{3}{47} > \frac{3}{87}$ 입니다.

따라서 $\frac{9}{31}+\frac{3}{37}$의 값이 제일 크며 그 값은

$$2+\frac{9}{31}+\frac{3}{37} = 2+\frac{333+93}{1147} = 2\frac{426}{1147}$$

입니다.

답 제일 큰수는 $2\frac{426}{1147}$입니다.

49. 바른4각형의 한변의 길이를 1단위길이로 보면 바른4각형의 면적은 단위면적으로 됩니다. 직4각형과 바른4각형의 면적이 같고 모두 단위면적이 되여야 합니다. 직4각형의 너비는

$$1-20\%=80\% \text{ (단위길이)}$$

이고 면적은 1=80%×길이입니다. 길이는

$$\text{길이}=1\div 80\%=1\frac{1}{4} \text{ (단위길이)}$$

입니다. 즉 바른4각형의 한변은 $\frac{1}{4}=25\%$ 커집니다. 바른4각형의 변의 길이는

$$2\div\frac{1}{4}=8(\text{m})$$

입니다. 따라서 바른4각형의 면적은

$$8\times 8=64(\text{m}^2)$$

입니다.

답 바른4각형의 면적은 64m^2입니다.

50. 수 A의 소수점을 왼쪽으로 두자리 옮긴다는것은 A를 $\frac{1}{100}$ 로 축소시킨다는것을 의미하며 그 수는 수 B의 $\frac{1}{8}$과 같습니다. 즉

$$\frac{1}{100}\times A=\frac{1}{8}\times B$$

$$100\times\frac{1}{100}\times A=100\times\frac{1}{8}\times B$$

$$A=12.5B$$

입니다. 즉 A는 B의 12.5배입니다.

51. 7개의 점으로 둘러막힌 면적이 가장 크게 하기 위해서는 7개의 점이 될수록 바른4각형의 변과 가까운 곳에 있어야 합니다. 7개의 점을 그림 답−10과 같이 찍습니다.

이때 7개의 점으로 둘러막힌 부분의 면적은

$$5\times5-0.5\times3=23.5(\text{cm}^2)$$

가 됩니다.

그림 답−10

답 23.5cm²입니다.

[생각할 문제]

문제에서 준 7개의 점을 9개의 점으로 잡는다면 최대 면적은 얼마나 됩니까?

52. 이 자연수의 매 자리수가 모두 홀수이므로 결과도 홀수입니다. 또 2개의 두자리수의 적이므로

홀수×홀수=홀수

입니다. 그러므로 이 2개의 두자리수는 모두 홀수이고 그것들의 열의자리수는 모두 1입니다.

만일 이 수들가운데 1개의 수가 11이면 적의 열의자리수는 다른 1개의 수의 열의자리와 하나자리수의 합이 됩니다. 또는 1과 다른 1개의 수의 하나자리수의 합이 됩니다. 따라서 그것은 반드시 짝수여야 합니다. 그러므로 이 두 홀수는 적어도 1, 3이여야 합니다.

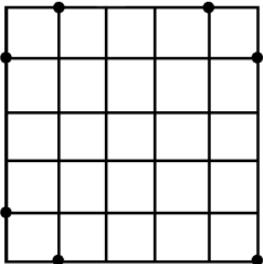
$\frac{200}{13}<16$이고 두자리수는 13 또는 15뿐입니다.

13×13=169로서 열의자리수는 짝수입니다.

13×15=195뿐입니다.

답 195

[설명]

문제의 조건에 의하여 구하려는 범위를 제한한 다음 이 범위의 매 수에 대하여 하나씩 따져보았습니다. 이것

을 문제해결의 기초로 하여 결과를 얻었습니다. 이것은 수학에서 흔히 쓰이는 풀이방법입니다.

53. 1분동안에 두 사람이 걸어간 거리는

$$\frac{4}{60}+\frac{5}{60}=0.15(km)=150(m)$$

입니다. 《서로 마주 향해 걸을 때》와 《서로 반대방향으로 걸을 때》 거리는 서로 없어지며 서로 마주 향해 걸을 때만 서로 만날수 있습니다. 서로 반대방향으로 걸어간 거리를 내놓고 서로 마주 향하여 가는데 걸리는 시간을 《유효시간》이라고 하면 서로 만나는데 걸리는 《유효시간》은

600÷150=4(분)

이 됩니다.

한번은 《반대방향》으로 걸어가고 한번은《마주 향해》걸어가는것을 한주기로 보면 첫번째 주기의 유효시간은 1분이며 두번째 주기의 유효시간은 5－3=2(분)입니다. 세번째 주기는 4－1－2=1(분)의 유효시간이 요구됩니다. 즉 8－7=1(분)입니다. 이때 그들은 다음과 같이 걸어갔습니다.

1분동안 마주 향한 방향, 3분동안 반대방향, 5분동안 마주 향한 방향, 7분동안 반대방향, 8분동안 마주 향한 방향으로 가게 됩니다. 이때 걸리는 시간은

1+3+5+7+8=24(분)

입니다.

답 윤철이와 리철이가 서로 만났을 때는 8시 24분입니다.

54. 먼저 그림을 그려봅시다.

본래의 우유사탕과 나머지 사탕사이의 비는

45％:(1－45％)=9:11

입니다. 우유사탕을 9몫, 나머지 사탕을 11몫이라고 하면 지금있는 우유사탕과 다른 사탕사이의 비는

25％:(1－25％)=1:3=9:27

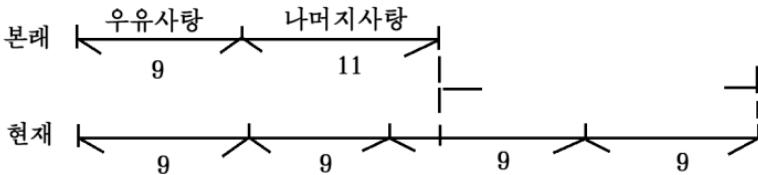



그림 답－11

입니다. 즉 11+16=27(몫)입니다.

1몫=1알이므로 우유사탕은 9몫 즉 9알입니다.

답 우유사탕은 9알입니다.

[설명]

이 문제를 다른 방법으로도 풀수 있습니다.

본래 사탕이 1－45％=55％를 차지했는데 16알의 과일사탕을 넣은 다음 사탕수가 우유사탕의 3배로 되였습니다. 즉 45％×3으로 바뀌였습니다. 그러므로 늘어난 과일사탕은 45％×3－55％에 해당합니다. 따라서 우유사탕은

$$16\div(45\%\times3-55\%)\times45\%=9(\text{알})$$

입니다.

55. 9가 세번째로 큰수이므로 련이어 있는 10개의 자연수는 2부터 11까지의 수입니다.

가운데있는 두칸에 있는 수는 왼쪽에 있는 4개의 수에도 속하고 오른쪽에 있는 4개 수에도 속합니다. 그림에 있는 4개의 수의 합을 계산할 때 이 두 수는 한번씩 반복됩니다. 2부터 11까지의 10개의 수의 합은 65인데 가운데있는 두칸의 수를 더하면 3의 배수가 됩니다. 그러므로 이 두 수의 합은 적어도 7이며 매 바른 4각형의 네 수의 합은

$$(65+7)\div3=24$$

입니다(그림 답－12).

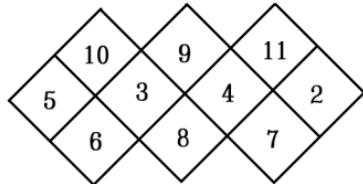



그림 답－12

답 이 합의 최소값은 24입니다.

[설명]

우에서 리용한 써넣기에서 수 5와 2를 수 3, 4로 바꿀수 있습니다. 이러한 문제들을 푸는데서 기본은 중간에 있는 2개의 작은 칸에 써넣을 수를 찾는것입니다. 왜냐하면 네 수의 합을 계산할 때 그것들이 두번만 리용되고 그것들의 크기는 네 수의 합의 크기에 직접

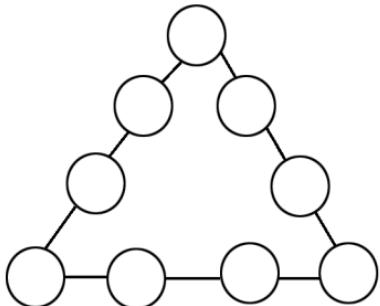



그림 답－13

영향을 주는것과 동시에 그것과 65의 합이 3의 배수라는 조건을 만족시켜야 하기때문입니다. 중간에 있는 두 수가 결정되면 네 수의 합이 결정됩니다. 이러한 합을 찾을수 있겠는가 하는것은 수를 넣어보면 알수 있습니다. 나머지 8개의 수를 써넣었을 때 조건이 만족되면 이 합은 가능한것이고 만족되지 않으면 이 합은 가능하지 않다는것을 의미합니다.

이제 가능하지 않은 하나의 실례를 듭시다.

수 1~9까지의 9개 수를 다음의 동그라미안에 써넣어 세변우에 있는 4개의 수의 합이 모두 18이 되게 하십시오.

이 문제를 푸는데서 기본은 정점에 있는 수들을 결정하는것입니다.

수 1~9까지의 합은 45이고 $18\times3-45=9$ 즉 세 정점우에 있는 수들의 합은 9여야 합니다.

9를 3개의 수들의 합으로 가르려면 다음과 같은 세가지 경우가 있을수 있습니다.

$1+2+6$,　$1+3+5$,　$2+3+4$

우의 어느 경우인가에 관계없이 나머지 6개의 수를 합이 18이 되게 써넣을수 없습니다.

이 실례를 통하여 수를 넣어보는 방법은 꼭 필요하다는것을 알수 있습니다.

56. 문제의 조건을 만족시키는 산수식을 만들어봅니다.

$1\times2\times3\times4=24$　　　$(5-1)\times2\times3=24$

$(6+2)\times3\times1=24$　　　$(7+2-1)\times3=24$

$8\times3\times(2-1)=24$　　　$(9+1-2)\times3=24$

$(10-2)\times3\times1=24$

그러므로 《쓸모있는 수》는 모두 7개입니다. 우의 산수식에서 보는바와 같이 이 7개 수와 수 1, 2, 3이 만드는 산수식의 결과가 24인 식도 7개입니다.

[설명]

다음과 같은 유희를 소개합니다. 유희규칙은 4명 또는 2명이 매번 수가 씌여있는 카드 4장을 꺼내여 이 4개의 수에 더하기, 덜기, 곱하기, 나누기(괄호를 쓸수 있음)연산을 실시하여 답이 24가 되게 하는것입니다.

다음의 몇개 조에 있는 수들을 리용하여 답이 24가 되게 하십시오.

① 2, 4, 5, 7　　② 2, 2, 8, 9　　③ 5, 6, 7, 8

④ 5, 6, 6, 10　　⑤ 1, 4, 5, 6　　⑥ 5, 5, 5, 1

57. 먼저 199,2□□를 95로 나누었을 때의 나머지는 80입니다. 만일 199,200에 15를 더한다면 나머지 80도 15가 더 많아지고 상이 1만큼 더 커지면서 말끔히 나누어집니다. 즉 199,215는 95로 말끔히 나누어집니다. 만일 199,215에 다시 95를 더하면 199,2□□모양의 수로 되지 않습니다. 따라서 마지막 두자리수는 15입니다.

[설명]

이 문제에서와 같이 어떤 수의 마지막 몇자리수를 구하는 문제에서는 나누기연산을 리용하는것이 말끔나누기의 특성을 리용하는것보다 더 편리합니다.

다음과 같은 실례를 들어봅시다. 만일 6자리수 524,□□□가 7, 8, 9로 모두 말끔히 나누어진다면 뒤의 3자리수

는 얼마입니까?

7, 8, 9는 서로 소이므로 그것들이 말끔히 나누어지려면 그것들의 적 7×8×9=504로도 말끔히 나누어져야 합니다.

524,000÷504의 나머지는 344이므로 나누일수에 504－344=160을 더해주면 504로 말끔히 나누어집니다. 그러므로 524,160이 얻어지며 여기에 다시 504를 더하면 또 다른 524,160+504=524,664가 얻어집니다.

58. 1×2×3×4=24　　(1+2)×(3+5)=24
6×2×(3－1)=24　　7×3+(2+1)=24
(8+1+3)×2=24　　9×(2+1)－3=24
10×2+3+1=24　　11×2+3－1=24
(3+1)÷2×12=24

따라서 《쓸모있는 수》는 모두 9개입니다.

[설명]

이 문제의 풀이과정을 통하여 수 1, 2, 3과 네번째 수를 리용하여 결과가 24가 되는 산수식을 만들수 있다는것을 알수 있습니다. 이 네번째 수의 최소값을 3으로 하고 련이어 4, 5, …로 세여나갈 때 이 련이어 있는 자연수중에서 최대인 수는 얼마입니까? 그것은 33입니다. 수 1, 2, 3으로 1부터 9까지의 9개의 수를 만들수 있으므로 네번째 수는 15부터 33까지이며 모두 결과가 24로 되는 산수식을 만들수 있습니다. 수 13, 14도 쓸모있는 수입니다. 그런데 1, 2, 3, 34로써는 24가 되는 산수식을 만들수 없습니다.

다음의 수들사이에 더하기, 덜기 곱하기, 나누기 등을 써넣어 24가 되게 하십시오.

① 1, 3, 8, 10　　② 2, 5, 7, 9
③ 3, 5, 8, 9　　④ 3, 3, 7, 7

59. 모든 바른4각형의 변의 길이는 옹근수이고 직4각형의 길이와 너비는 모두 바른4각형의 변의 길이의 합입니다. 그러므로 직4각형의 길이와 너비도 옹근수입니다. 따라서 직4각형의 길이는 반드시 12의 배수여야 하고 너

비는 8의 배수여야 합니다. 그런데 면적은 100보다 작습니다. 그러므로 길이는 12이고 너비는 8이며 면적은 12×8=96입니다.

그림 답－14

바른4각형 ①의 한변의 길이는 $8\times\frac{1}{8}=1$이고 그 면적은 1×1=1입니다.

바른4각형 ②의 한변의 길이는 $12\times\frac{5}{12}=5$이고 그 면적은 5×5=25입니다.

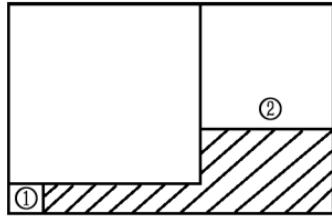
그리고 큰 바른4각형의 한변의 길이는 12－5=8－1=7이고 면적은 49입니다.

따라서 빗선을 친 부분의 면적은 96－25－1－49=21입니다.

[설명]

규칙성이 없는 도형의 면적을 구할 때 일반적으로 다음과 같은 두가지 방법을 리용합니다. 그 한가지 방법은 규칙적인 도형을 덜어내는 방법으로 면적을 구하는것이고 다른 한가지방법은 구하려는 도형을 몇개의 규칙적인 도형으로 가른 다음 그 면적을 구하여 더하는 방법을 써서 주어진 문제를 푸는것입니다.

60. 만일 2개의 두자리수중에서 한개는 11이고 다른 한개는 가장 많아서 18(그렇지 않으면 그것들의 적은 200을 넘습니다.)이라면 적의 열의자리수는 적의 백의자리수와 하나자리수의 합이며 이 합에는 자리올림이 없습니다. 따라서 곱해서 얻어지는 3자리수의 매 자리의 수의 합은 짝수로 됩니다. 즉 다른 한개 2자리수의 합의 2배로 됩니다.

나머지 2개의 두자리수의 적을 계산하면 문제의 조건을 만족시키는 수는 모두 9개입니다.

$10\times10=100$ $10\times12=120$ $10\times14=140$
$10\times16=160$ $10\times18=180$ $12\times12=144$
$12\times14=168$ $13\times14=182$ $13\times15=195$

이가운데서 세번째로 큰수는 180입니다.

[설명]

$14\times14=196$입니다. 그러므로 곱하는 수들중에서 한개는 14보다 작습니다. 11을 제외하면 그중 한개의 수는 10, 12, 13중에서 어느 한개입니다. 차례로 모든 가능한 경우를 다 들수 있습니다. 이러한 방법을 렬거법이라고 부릅니다. 이 방법을 쓰면 차례로 하나하나 찾아냄으로써 반복되지도 않고 빼놓는 일도 없이 다 찾을수 있습니다. 실례를 들면 $10\times18=180$은 이미 찾았으므로 $12\times15=180$을 다시 찾을 필요가 없습니다.

61. 로동자들의 총 인원수를 1이라고 합시다.

오전에 건설장 A에 간 로동자수는 $\frac{3}{4}$이고 건설장 B에 간 로동자수는 $\frac{1}{4}$입니다.

오후에 A에 간 로동자수는 $\frac{7}{12}$이고 B에 간 로동자수는 $\frac{5}{12}$입니다.

A에서의 작업은 총 로동자수의 $\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{12}\right)$이 반나절만 동원되면 끝날수 있습니다. 작업량에 따라 계산하면 B에서는 총 로동자수의 $\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{12}\right)\div1\frac{1}{2}$이 반나절이면 끝낼수 있습니다. 오후에 B에는 총 로동자수의 $\frac{1}{4}$과 $\frac{5}{12}$가 있었고 총 로동자수의

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{12}\right)\div 1\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{5}{12}=\frac{8}{36}$$

만큼 모자랐습니다. 이것은 4명이 하루동안 일해야 할 작업량입니다. 또는 8명이 반나절동안 일해야 할 작업량입니다. 그러므로 총 인원수는

$$8\div\frac{8}{36}=36\,(\text{명})$$

입니다.

62. 두 사람 ㄱ, ㄴ가 쉬지 않고 계속 달린다고 하고 ㄱ가 ㄴ를 따라잡는데 걸리는 시간을 구해봅시다.

두 사람이 동시에 출발할 때 거리차는 100m이며 1초동안에 ㄱ는 5m, ㄴ는 4m 달립니다. 즉 1초동안에 ㄱ는 ㄴ를 1m씩 따라잡으며 ㄱ가 100초 달리면 ㄴ를 따라잡습니다. ㄱ는 100초동안에 $5\times100=500$m를 달리며 100m, 200m, 300m, 400m인 지점에서 모두 4번 휴식하고 500m지점에서 ㄴ를 따라잡게 됩니다(휴식시간은 계산하지 않았습니다). ㄱ는 모두

$$10\times4=40(\text{초})$$

동안 휴식하게 됩니다.

따라서 ㄱ가 ㄴ를 따라잡는데 걸리는 시간은

$$100+40=140(\text{초})$$

입니다.

63. 4개의 원의 중심은 한변의 길이가 4cm인 바른4각형을 만듭니다.

이 바른4각형의 매 정점에는 $\frac{3}{4}$개의 작은 원이 있고 바른4각형의 매 변은 한개의 반원만큼 작습니다. 모두 $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\times$ 4개의 원을 만듭니다. 그러므로

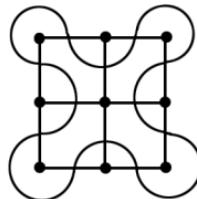



그림 답－15

$$4\times4+3.1416\times1\times1\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\times4$$

$$\approx16+3.1416\approx19.1416(\mathrm{cm}^2)$$

입니다.

답 약 19.1416cm^2입니다.

64. 1, 995=105×19이므로 105로 말끔히 나누어집니다. 199,500은 199,200보다 300이 더 많습니다. 300에서 105의 배수를 빼버린 나머지에 199,200을 더하면 105로 말끔히 나누어집니다.

$$300-105\times2=90$$

따라서 199,290은 105로 말끔히 나누어지며 마지막 두 자리수는 90이 됩니다.

65. $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, $7=\frac{42}{6}$이므로 분자의 모든 가능한 값은 4, 5, 6,…,41입니다.

6=2×3이며 분모가 6인 가장 간단한 분수를 얻으려면 련이어 있는 이 38개의 자연수중에서 2의 배수와 3의 배수를 떼버려야 합니다.

련이어 있는 38개의 자연수중에서 절반은 짝수이고 떼버린 뒤에는 19개의 홀수가 남습니다. 다시 3의 배수인 9, 15, 21, 27, 33, 39의 6개 수를 떼버리면 마지막에

$$38-19-6=13(\text{개})$$

가 남습니다.

따라서 분모가 6인 가장 간단한 분수는 13개입니다.

66. 두마리의 개미가 1초동안에 기여갈수 있는 거리는 5.5+3.5=9cm입니다. 처음 1초동안에는 웃쪽 절반원둘레에 있게 되는데 이때 기여간 거리가 바로 9cm입니다.

다시 3초가 지나면 아래쪽 반원우에 있고 기여간 거리는 9×3−9=18cm가 되며 다시 5초가 지나면 웃쪽 반원우에 있고 기여간 거리는 9×5−18=27(cm)가 됩니다.

표를 만들어 규칙을 찾아봅시다.

기여간 시간(초)	1	3	5	7	9	11	13
어느 반원우에 있는가?	우	아래	우	아래	우	아래	우
기여간 거리(cm)	9	18	27	36	45	54	63

원의 둘레길이는 1.26m=126cm이고 반원의 둘레길이는 63cm입니다. 그러므로 두마리의 개미가 기여간 시간은

$$1+3+5+7+9+11+13=49(초)$$

입니다.

67. 만일 매번 16문제씩 제출되였다면 총 문제수는 $16\times24=384$로서 426에 비하여 42문제가 적습니다.

매번 25문제씩 제출되였다면 $25-16=9$문제가 더 많고 20문제씩 제출되였다면 $20-16=4$문제가 더 많습니다.

그러므로

9×25문제를 제출한 회수+4×20문제를 제출한 회수=42

가 되여야 합니다. 25문제를 제출한 회수를 M으로, 20문제를 제출한 회수를 N으로 표시하면

$$9M+4N=42$$

가 됩니다.

4와 42는 모두 짝수이므로 25문제가 제출된 회수 M도 짝수여야 합니다. 이제 $M=0$, $M=2$, $M=4$인 경우를 따져봅시다. $M\geq6$일 때 $9\times M>42$이므로 이 경우는 제외됩니다.

$M=2$일 때만 N은 짝수 6을 가집니다.

그러므로 25문제가 제출된것은 2번입니다.

68. 설명하는데 편리하도록 나머지 4개의 동그라미안에 글자 A, B, C, D를 써넣습니다.

매 직선우에 있는 세 수의 관계로부터

$A=(13+17)\div2=15$

$C=(15+B)\div2=(17+D)\div2$ · · · · · · · ①

$D=(13+B)\div2$ · · · · · · · · · · · · · ②

임을 알수 있습니다.

①식으로부터 B는 D보다 2가 더 크다는것을 알수 있습니다. 그러므로 ②식을 다음과 같이 고쳐쓸수 있습니다.

$$D=(13+D+2)\div 2$$

$$D=15$$

따라서 $C=(17+15)\div 2=16$이고 $(13+X)\div 2=16$입니다. 이로부터 $X=19$가 됩니다.

즉 $X=19$입니다.

B
X
D
C
13
A
17

그림 답－16

[설명]

이 풀기방법은 A, D, C, X를 차례로 구해나가는 방법입니다. 그런데 A=15를 구한 다음에는 보다 간단한 풀기방법을 써서 풀수 있습니다. D는 13과 B의 평균값이고 C는 15와 B의 평균값이므로 C는 D보다 $(15-13)\div 2=1$이 더 크다는것을 알수 있습니다. C가 D와 17의 평균값이라는데로부터 D는 15이고 C=16이라는것을 알수 있으며

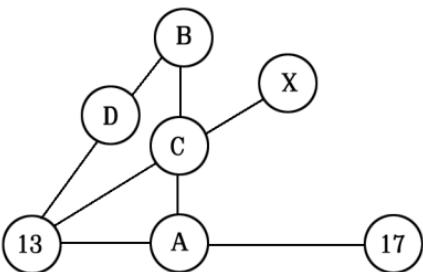
$$X=16+(16-13)=19$$

라는것을 구할수 있습니다.

69. 먼저 주어진 8개의 수를 큰수로부터 작아지는 수순서로 씁니다.

$$\frac{5}{9}=0.(5),\quad \frac{13}{25}=\frac{13\times 4}{25\times 4}=0.52$$

$\frac{24}{47}$를 소수로 고치면 소수점뒤의 앞 3자리는 510이므로 주어진 6개의 수를 큰수로부터 작은수순서로 쓰면

$$\frac{2}{3},\ \frac{5}{9},\ \frac{13}{25},\quad 0.(51),\ 0.5(1),\ \frac{24}{47}$$

가 됩니다.

0.5(1)은 8개 수중에서 작은수부터 큰수의 순서로 배렬한 네번째 수로 됩니다. 다시 말하면 큰수로부터 작은수의 순서로 배렬한 다섯번째 수로 됩니다. 이것은 우에서 지적한 6개의 수의 배렬중에서 다섯번째 수로 됩니다. 여기서 다른 2개의 수는 반드시 0.(51)보다 작다는것을 말해줍니다. 그러므로 이 8개의 수중에서 네번째로 큰수는 0.(51)입니다.

70. 적의 하나자리수는 3이므로 이 옹근수의 하나자리수는 101이고 적에서 13×1을 덜면 열의 자리수는 1이 됩니다(다음의 나누기식을 보십시오).

따라서 이 옹근수의 열의자리수는 7이 되고 적에서 13×71을 덜면 백의자리수는 2가 됩니다. 이 옹근수의 백의 자리수는 4입니다.

그러므로 이와 같은 옹근수중에서 제일 작은수는 471입니다.

```
          4  7  1
      ___________
1 3 ) □  1  2  3
            1  3
    ------------
      □     1  1
            9  1
    ------------
      □     2
      5     2
    ------------
               0
```

[설명]

우에서 쓴 나누기식과 일반적으로 쓰이는 나누기식사이에는 서로 차이가 있습니다. 일반적으로 쓰이는 나누기식은 다음과 같습니다.

이 두 나누기식을 대비하여 두 나누기식의 차이를 알아낼수 있습니다.

71. 같은 씨수를 가지는 수를 갈라놓습니다.

26=2×13, 33=3×11 34=2×17

35=7×5, 63=3×3×7, 85=5×17

91=13×7, 143=11×13

같은 씨수는 가장 많아서 3개의 수들 가운데 있습니다. 그러므로 적어도 다음의 3개의 조로 가를수 있습니다.

제1조. 26, 33, 35

제2조. 91, 34

제3조. 143, 63, 85

[설명]

구하려는 수들의 조는 나타나는 회수가 가장 많은 씨수의 출현회수와 반드시 일치하지는 않습니다. 실례를 들면

15=3×5, 21=3×7, 35=5×7

여기서 3, 5, 7은 각각 두번씩 나타나므로 반드시 3개 조로 갈라야만 문제의 조건을 만족시킵니다.

그러므로 이 문제에서와 같이 《적어도》, 《많아서》가 들어있는 문제 또는 《최대》, 《최소》가 들어있는 문제에서는 먼저 리상적인 가능성을 제기한 다음 다시 구체적으로 구해야 합니다.

그림 답-17

72. 큰 바른4각형의 면적은

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{2}{5}=1\,(m^2)$$

입니다. 그러므로 바른4각형의 한변의 길이는 1m입니다.

아래쪽에 있는 두 직4각형의 너비는 같고 그것들의 길이의 비는 그것들의 면적비와 같으므로 아래쪽에 있는 두 직4각형의 길이의 비는 $\frac{1}{5}:\frac{1}{10}=2:1$ 이고 왼쪽에 있는 직4각형의 길이는 $\frac{2}{3}$m입니다.

웃쪽에 있는 두 직4각형의 길이는 같으므로 그것들의 너비의 비는 $\frac{3}{10}:\frac{2}{5}=3:4$ 입니다. 왼쪽우에 있는 직4각형의 너비는 $\frac{3}{7}$m입니다.

이렇게 하여 작은 바른4각형의 한변의 길이는

$$\frac{2}{3}-\frac{3}{7}=\frac{5}{21}\,(m)$$

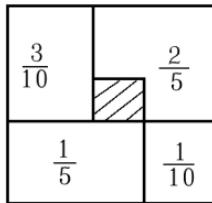
가 됩니다.

빗선을 친 부분의 면적은

$$\frac{5}{21}\times\frac{5}{21}=\frac{25}{441}\,(m^2)$$

가 됩니다.

[설명]

두 직4각형의 길이(또는 너비)가 같을 때 그것들의 면적비는 그것들의 너비(또는 길이)의 비와 같습니다. 이 그림에서는 웃쪽에는 길이가 같은 한쌍의 직4각형이 있으며 너비의 비는 면적비 $\frac{3}{10}:\frac{2}{5}=3:4$ 이며 아래쪽에 있는 너비

가 같은 한쌍의 직4각형이 있으며 그것들의 길이의 비는 면적비 $\frac{1}{5}:\frac{1}{10}=2:1$이 됩니다.

73. 만일 학생 B가 2등(또는 다같이 1등)이라면 학생 A와 B가 받은 점수는 3등이 받은 96점보다 많아야 합니다. 그들 두 사람의 점수의 합은 적어도 97+97=194(점)이 되여야 합니다.

A, B, C의 평균점수가 95점이므로 그들 3명이 받은 총 점수는

$$95\times3=285(점)$$

이 됩니다.

이렇게 하여 C는 가장 많아서 285－194=91(점)을 받을수 있습니다.

이것은 문제에서 준 조건 《매 사람이 받은 점수는 모두 91보다 큰 옹근수》라는데 모순됩니다. 그러므로 B가 2등일수 없습니다.

꼭 같이 C도 2등일수 없습니다.

따라서 D가 2등일수 있습니다.

A, B, C의 평균점수는 95점이고 B, C, D의 평균점수가 94점이라는데로부터 A는 D보다 1×3=3점이 더 많다는것을 알수 있고 A, D가 받은 점수가 모두 96보다 많다는것을 알수 있습니다. A만이 100점을 받았고 D는 97점을 받았습니다.

[설명]

이 문제를 푸는데서 기본은 B, C, D의 3명중에서 누가 2등인가를 결정하는데 있습니다.

《A가 D보다 3점이 더 많다》는데 주의를 돌려야 합니다. 만일 D가 2등이 아니면 그가 받은 점수와 A가 받은 점수사이에 2개의 옹근수만 있습니다. 그러므로 D는 4등일수 있습니다. E는 3등으로서 96점이므로 D는 95점을 받을수 있습니다. A가 받은 점수는 98점이고 2등이 받은 점

수는 97점입니다.

B 또는 C가 2등인가에 관계없이 A, C 또는 A, B 두 사람이 받은 점수의 합은 98+97=195(점)이 됩니다. 그런데 3명의 평균점수는 95점이고 3등이 받은 점수는

95×3－195=90(점)이 되는데 이것은 문제의 조건《매 사람이 받은 점수는 91점이상입니다》라는 조건에 모순됩니다. 이렇게 하여 D가 2등이라는것이 설명되였습니다.

74. 문을 연때로부터 지금까지의 시간을 두 단계로 가를수 있습니다. 첫 단계는 아침 6시부터 12시까지이고 다음단계는 12시부터 지금까지의 시간입니다. 문제의 조건에 의하여 이 두 단계 시간의 $\frac{1}{3}$을 계산해야 합니다. 앞단계는 $(12-6)\times\frac{1}{3}=2$시간이고 두번째 단계에서는 지금 시간의 $\frac{1}{3}$입니다.

이리하여

$$2\text{시간}+\text{현재시간의 }\frac{1}{3}+\text{현재부터 오후 6시 40분의 }\frac{1}{4}=\text{현재시간}$$

이 됩니다.

이제 지금시간으로부터 오후 6시 40분까지의 시간을 계산단위로 취합시다.

$$\text{지금시간의 }\frac{2}{3}=2\text{시간}+\frac{1}{4}\text{계산단위}$$

$$\text{지금시간}=3\text{시간}+\frac{3}{8}\text{계산단위}$$

가 됩니다.

정각 12시부터 오후 6시 40분까지는

$$3\text{시간}+\left(1+\frac{3}{8}\right)\text{계산단위}$$

입니다.

1개의 계산단위는

$$\left(6\frac{2}{3}-3\right)\div\left(1+\frac{3}{8}\right)=2\frac{2}{3}\text{ 시간}$$

이고 지금의 시간은

$$6\frac{2}{3}-2\frac{2}{3}=4\text{ (시)}$$

입니다.

답 현재시간은 오후 4시입니다.

[설명]

문제를 쉽게 풀수 있게 하기 위하여 12시부터 6시 40분까지를 생각하는 범위의 기본으로 보고 현재시간을 계선으로 이 시간을 두 단계로 가르고 마지막 단계를 계산단위 즉 1로 보았습니다. 이에 기초하여 앞단계를 계산하였는데 이것은 산수문제의 풀이에서 흔히 쓰는 기교입니다.

이 문제를 다른 방법으로 풀어봅시다.

지금시간이 12시라고 합시다. 문을 열었을 때부터 지금시간까지의 $\frac{1}{3}$에 지금부터 문을 닫을 때까지의 시간의 $\frac{1}{4}$을 더하면

$$(12-6)\times\frac{1}{3}+6\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=3\frac{2}{3}$$

가 되는데 이것과 12시와의 차는 $3\frac{2}{3}$입니다. 우의 산수식으로부터 알수 있는바와 같이 설정한 시간에 1시간을 더하면 산수식의 결과는 $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$만큼 커지고 차는

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$$

만큼 줄어듭니다. 이때

$$3\frac{2}{3}\div\frac{11}{12}=4\ (\text{시간})$$

이 되는데 이것이 곧 구하려는 지금의 시간입니다.

75. 시간과 속도는 반비례하고 속도를 20% 높이면 시간은

$$\frac{1}{1+20\%}=\frac{5}{6}$$

만큼 줄어듭니다.

그러므로 본래의 속도대로 달린다면

$$1\div\left(1-\frac{5}{6}\right)=6\ (\text{시간})$$

걸립니다.

꼭같이 자동차의 속도를 25% 높이면 여기에 걸리는 시간은 본래의

$$\frac{1}{1+25\%}=\frac{4}{5}$$

만큼 줄어듭니다.

만일 처음부터 속도를 25% 높인다면 전체 구간을 달리는데

$$6\times\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{6}{5}\ (\text{시간})$$

을 앞당깁니다.

현재는 40분간을 앞당겼으며

$$\frac{6}{5}-\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\ (\text{시간})$$

만큼 적게 앞당깁니다.

이것은 먼저 120km를 본래의 속도로 달렸기때문입니다. 즉 속도를 25% 높이고 120km를 달리면 $\frac{8}{15}$만큼 앞당길수 있습니다.

전체 구간을 $x$km라고 하면

$$x:120=\frac{6}{5}:\frac{8}{15}$$

$$x=120\times\frac{6}{5}\div\frac{8}{15}=270\,(\text{km})$$

[설명]

같은 거리를 달릴 때 속도가 높아지면 거기에 소비된 시간은 줄어듭니다. 속도가 빠른가, 늦은가 하는것은 거기에 걸리는 시간이 적은가, 많은가에 반영됩니다. 이것을 《속도와 시간의 반비례》관계로 표시합니다.

속도가 일정할 때 거리와 시간은 정비례합니다.

$$\frac{\text{A가 간 거리}}{\text{B가 간 거리}}=\frac{\text{A가 간 거리에 걸리는 시간}}{\text{B가 간 거리에 걸리는 시간}}$$

앞당긴 시간=걸린 시간×(1－본래의 몇분의 몇)

그러므로 거리와 앞당긴 시간은 정비례합니다. 이에 의하여 비례식

$$x:120=\frac{6}{5}:\frac{8}{15}$$

이 얻어집니다.

76. $\frac{7}{18}\times4.5+3\frac{3}{4}\div16.2=\frac{7}{18}\times\frac{9}{2}+\frac{15}{4}\times\frac{5}{81}$

$$=\frac{7}{4}+\frac{25}{4\times27}=\frac{189+25}{4\times27}=1\frac{53}{54}$$

[설명]

분수의 혼합연산을 진행할 때 분모의 적을 계산하지 않는것이 더 편리할 때가 있습니다.

실례를 들면 이 문제에서 분모 4×27을 계산하지 않는것이 분모를 같게 하는데 유리합니다. 이밖에도 계산과정에 가분수를 참분수로 고치지 않고 마지막 결과에서 고치는것이 더 편리할 때가 있습니다.

77. 같기식의 량변을 통분하면

$$\frac{3A+11B}{33}=\frac{17}{33}$$

이 됩니다.

분모가 같은 두 분수의 분자는 같으므로

$$3A+11B=17$$

이 됩니다.

A와 B는 모두 자연수입니다. 먼저 B=1, A=2라고 하면 6+11=17이 됩니다. 다음 B=2라고 놓으면 22>17이므로 A가 없다는것을 알수 있습니다. 그러므로

$$A+B=1+2=3$$

입니다.

[설명]

이 문제에서 두 분수가 같을 때 그것들의 분모가 같으면 그것들의 분자도 같고 거꾸로 그것들의 분자가 같다면 그것들의 분모도 같다는것을 리용하였습니다.

78. $$\frac{\frac{2}{3}+\left(1\frac{2}{3}-\frac{7}{12}\right)}{\left(0.25+\frac{2}{7}\right)\times 4}=\frac{\frac{2}{3}+1\frac{1}{12}}{\left(0.25+\frac{2}{7}\right)\times 4}=$$

$$=\frac{1\frac{3}{4}}{1+\frac{8}{7}}=\frac{7}{4}\times\frac{7}{15}=\frac{49}{60}$$

79. $$\frac{4\frac{1}{2}\div2\frac{4}{7}+\frac{1}{6}}{13+\frac{1}{3}-3.75\times3\frac{1}{5}}=\frac{\frac{9}{2}\times\frac{7}{18}+\frac{1}{6}}{13\frac{1}{3}-\frac{15}{4}\times\frac{16}{5}}=$$

$$=\frac{\frac{7}{4}+\frac{1}{6}}{13\frac{1}{3}-12}=\frac{23}{12}\times\frac{3}{4}=1\frac{7}{16}$$

80. $$\left(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$$

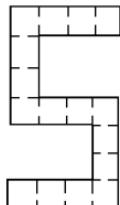
$$=\left(\frac{65}{7}+\frac{65}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$$

$$=\left[65\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right]\div\left[5\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right]$$

$$=65\div5\times\left[\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\div\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right]=13$$

81. $$\left[14.8+\left(3\frac{2}{7}-1.5\right)\times1\frac{3}{25}\right]\div4\frac{1}{5}$$

$$=\left(14.8+\frac{25}{14}\times\frac{28}{25}\right)\div4\frac{1}{5}$$

$$=(14.8+2)\times\frac{5}{21}=\frac{84}{5}\times\frac{5}{21}=4$$

82. 매 작은 바른4각형의 면적은

$400\div16=25(cm^2)$

이고 작은 바른4각형의 한변의 길이는 5cm

그림 답－18

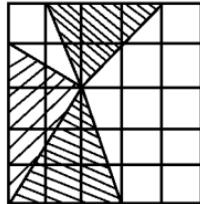
입니다.

이 도형의 둘레길이를 계산할 때 량끝에 있는 작은 바른4각형의 둘레길이는 3개의 변의 길이이고 나머지 작은 바른4각형은 2개의 변의 길이로 계산하면 됩니다. 그러므로

둘레길이$=5\times3\times2+5\times2\times(16-2)=170$cm

입니다.

그림 답－19

83. 웃쪽에 있는 3각형의 면적은 $(3\times2)\div3=3$이고 왼쪽에 있는 3각형의 면적은 $(4\times2)\div2=4$이며 아래쪽에 있는 3각형의 면적은 $(2\times3)\div2=3$입니다. 그러므로 빗선을 친 부분의 면적의 합은 $3+4+3=10$입니다.

84. 설명을 쉽게 하기 위하여 가로줄을 《행》, 세로줄을 《렬》이라고 부릅시다. (1, 3)=5는 제1행 제3렬에 있는 칸안의 수가 5이라는것을 의미합니다.

1	3	5	7
7			
★	★		

그림 답－20

제2행 제1렬에 7이 있으므로 (2, 3)=3, (2, 2)=5입니다.

제1렬에 7, 1이 있고 오른쪽 대각선에 7, 3이 있으므로 (4, 1)에 ★이 있는 칸에는 5만을 써넣을수 있습니다. 오른쪽 대각선우에 7, 3, 5가 있으므로 (3, 2)=1입니다. 제2렬에 3, 5, 1이 있으므로 (4, 2)=7입니다. 그러므로 ★이 있는 두칸의 수의 합은

(4, 1)+(4, 2)=5+7=12

입니다.

[설명]

이와 같은 문제를 《수방진》이라고 부릅니다. 《수방진》문제를 푸는 기본열쇠는 행과 렬 및 대각선의 두 직선우에서 서로 다른 3개의 수가 있다면 이 두 직선이 사

귀는 점에 있는 칸에 네번째 수를 써넣는것입니다.

85. 주어진 표를 관찰하면 다음과 같은 표를 만들수 있습니다.

행수	2	4	6	8	10	…
첫번째수	7	7+6	7+6×2	7+6×3	7+6×4	…

네번째 행부터 시작하여 매 짝수행 다음의 첫번째 수는 모두 그 앞 짝수행의 첫번째 수보다 6이 더 크며 즉 7, 7+6, 7+6×2, 7+6×3, …으로 됩니다. 이 수렬중에서 50번째가 100번째 행의 첫번째 수로 됩니다. 50번째 수는 첫번째 수보다 6×49가 더 많습니다. 그러므로 100번째 행의 첫번째 수는

$$7+6\times49=301$$

입니다.

[설명]

7, 7+6, …, 7+6×49와 같은 수렬을 같은차수렬이라고 부릅니다. 이 수렬의 합을 계산하려면 먼저 량쪽에 있는 두 수의 평균값을 구한 다음 수렬의 항수를 곱하면 됩니다. 즉 $(7+7+6\times49)\div2\times50=7{,}700$입니다.

86. 두 4자리수합의 최대값을 구하려면 이 2개의 4자리수가 될수록 커야 합니다. 덜릴수의 최대로 가능한 값은 9,999입니다. 이때 더는수는

$$9{,}999-8{,}921=1{,}078$$

입니다. 이 두 4자리수의 합의 최대값은

$$9{,}999+1{,}078=11{,}077$$

이 됩니다.

[설명]

만일 《최대값》을 구하는 문제가 아니라면 이 문제의 풀이는 매우 많습니다.

87. 공장 A의 생산량이 공장 B의 $\frac{12}{13}$이므로 총 생산

과제를 25묶으로 볼수 있습니다. 이중에서 12묶은 A의 생산과제이고 B는 나머지 13묶을 생산해야 합니다. 그러므로 A는 B보다 1묶 적습니다. 문제에서 A는 B보다 8대 적게 생산한다고 하였습니다. 이것은 1묶이 8대의 공작기계에 해당한다는것을 의미합니다. 총 25묶이므로

$$8\times25=200(\text{대})$$

입니다.

다른 방법: A의 생산량전체를 1로 보면

B공장의 생산량: $8\div\left(1-\frac{12}{13}\right)=104\,(\text{대})$

A공장의 생산량: $104-8=96\,(\text{대})$

총 생산량 $104+96=200(\text{대})$

88. A가 200m 달리면 B는 180m 달리고 C는 175m 달리는데 걸리는 시간은 같습니다. 이때 B와 C의 속도비는 180:175입니다. 이 속도비에 따라 B가 20m 달렸을 때 C는

$$20\times\frac{175}{180}=19\frac{4}{9}\,(\text{m})$$

만큼 달립니다. 즉 B는 180m지점으로부터 20m를 달려 도착지점에 이르렀을 때 C는 175m지점으로부터 $19\frac{4}{9}$m를 달렸습니다. 결승선과의 차는

$$25-19\frac{4}{9}=5\frac{5}{9}\,(\text{m})$$

입니다.

[설명]

같은 시간내에 두 사람의 속도비는 그들이 달린 거리의 비로 됩니다. 이 성질을 리용하여 B가 20m를 달려서 결승선에 이르렀을 때 C가 몇m를 달렸는가를 계산할수 있습니다.

89. 한명의 조수와 함께 일하는 기사들은

$$27\times\frac{2}{3}=18\,(\text{명})$$

입니다. 그들은 모두 18명의 조수들과 함께 일하므로 나머지 27－18=9명의 기사는 40－18=22명의 조수들과 함께 일합니다.

이 9명의 기사가 모두 2명의 조수와 함께 일한다면 22－18=4명의 조수가 남습니다. 이것은 4명의 기사가 3명의 조수와 함께 일할수 있다는것을 보여줍니다. 그러므로 9－4=5명의 기사만이 매 사람이 2명의 조수와 함께 일할수 있습니다.

[설명]

2명의 조수 또는 3명의 조수와 함께 일하는 기사들은 9명이고 그들이 모두 22명과 함께 일한다는것을 알고있습니다.

두명이 22명의 조수와 함께 일하는데 22명은 짝수이며 2명의 조수와 함께 일하는 기사가 함께 일하는 조수들의 합도 짝수이므로 3명의 조수와 함께 일하는 기사들의 인원수도 짝수입니다. 다음과 같은 표를 만들어 풀수 있습니다.

3명의 조수와 함께 일하는 기사의 총수	3×2	3×4
2명의 조수와 함께 일하는 기사의 총수	2×7	2×5
조수의 수	20	22

그러므로 2명의 조수와 함께 일하는 기사는 5명입니다.

90. B의 학생수를 1묶으로 보면 A의 학생수는 40%×1묶이고 A의 녀학생수는 40%×1묶×30%묶이며 B의 남학생수는 42%×1묶, B의 녀학생수는

$$1-42\%\times1(\text{묶})$$

입니다. 두 학교의 녀학생 총수는

$$40\%\times1\times30\%+(1-42\%\times1)=70\%(\text{묶})$$

두 학교의 총 학생수는

$1+1\times40\%=140\%$(몫)

두 학교를 합치면 녀학생 총수는 총 학생수의

$70\%\div140\%=50\%$

입니다.

[설명]

《몫》의 설정은 소학교수학의 응용문제에서 매우 중요한 자리를 차지합니다.

이 문제를 다음과 같이 풀수도 있습니다.

A에 있는 학생수를 2몫, B에 있는 학생수를 5몫이라고 합시다.

A에 있는 녀학생수: $2\times30\%=60\%$

B에 있는 녀학생수: $(1-42\%)\times5=290\%$

총 녀학생수: $(60\%+290\%)\div(2+5)=50\%$

91. 반원의 면적은 $\frac{\pi r^2}{2}$ 입니다. A가 있는 부분의 면적은

$$3A=\frac{1}{2}\left[\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]=\pi$$

이므로 $A=\frac{\pi}{3}$ 입니다.

B가 있는 부분의 면적은

$$5B=\frac{1}{2}\left[\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]=2\pi$$

이므로 $B=\frac{2}{5}\pi$ 입니다.

그러므로 $A:B=\frac{\pi}{3}:\frac{2}{5}\pi=5:6$ 입니다.

92. 수배렬의 규칙으로부터

여덟번째 수=여섯번째 수+일곱번째 수

이므로

여섯번째 수=여덟번째 수−일곱번째 수
=131−81
=50

꼭 같이 다섯번째 수=일곱번째 수−여섯번째 수
=81−50
=31

네번째 수=50−31=19
세번째 수=31−19=12
두번째 수=19−12=7
첫번째 수=12−7=5

93. 두 수의 차가 일정할 때 덜릴수가 커지면 그에 따라 더는수도 커집니다. 최대인 4자리수는 9,999이며 더는수가 작아지면 덜릴수도 작아집니다. 최소인 4자리수는 1,000입니다. 이때 덜릴수는

1,000+8,921=9,921

이며 따라서 9,921부터 9,999까지사이에는

9,999−9,921+1=79(개)

의 자연수가 있습니다. 이 79개의 자연수는 모두 문제의 요구를 만족시키는 덜릴수입니다.

그러므로 문제의 조건을 만족시키는 수들의 쌍은 모두 79개입니다.

[설명]

9,921부터 9,999까지의 사이에 모두 몇개의 수가 있겠는가 하는것은 《식수문제》와 비슷한 문제입니다. 두 수사이에 9,999−9,921=78의 간격이 있고 매 간격은 1입니다. 그러므로 모두 78+1=79개의 수가 있습니다. 잊지 말아야 할것은 1을 더하는것입니다.

94. 140을 씨인수분해하면

140=2×2×5×7

이 됩니다.

분자와 분모가 약분되지 않도록 하기 위하여(그렇게 하지 않으면 약분한 다음 분자와 분모를 곱한 적이 140이 되지 않을수 있습니다.) 같은 씨수는 모두 분자이거나 분모에만 있어야 하고 분자는 분모보다 작아야 합니다. 분자를 작은수로부터 큰수의 순서로 배렬하면 1, 4, 5, 7이 됩니다. 여기에 대응하는 분수는

$$\frac{1}{140},\ \frac{4}{35},\ \frac{5}{28},\ \frac{7}{20}$$

입니다.

작은수에서 큰수의 순서로 본 세번째 수는 $\frac{5}{28}$입니다.

[설명]

이 문제는 본질에 있어서 140을 두 옹근수의 적으로 분해하는 문제입니다. 이때 이 두 옹근수는 서로 소여야 합니다. 다시말하여 그것들의 최대공통약수는 1입니다. 140은 2, 5, 7을 씨수로 가집니다. 따라서 4가지 분해법이 있습니다.

95. 이 7자리수가 2부터 9까지의 수로 말끔히 나누어지려면 2부터 9까지의 수의 최소공통배수로 말끔히 나누어져야 합니다. 이 최소공통배수는

$$5\times7\times8\times9=2{,}520$$

입니다.

임의로 형식적인 7자리수 실례를 들면 최소수 1,993,000을 생각합니다. 이 수를 2,520으로 나눈 나머지는

$$1{,}993{,}000\div2{,}520=790\cdots220(\text{나머지})$$

이 됩니다.

2,520과 220의 차를 구하면

$$2{,}520-220=2{,}300$$

이 됩니다. 이 2,300을 1,993,000에 더해주면 1,995,300이 되는데 이 수를 2,520으로 나누면 상은 791이 됩니다.

따라서 마지막 3자리수는 300입니다.

96. 붉은색유리알은 흰색유리알의 3배보다 2알이 더 많고 매번 15알씩 꺼내면 마지막에 53알이 남으므로 3배인 흰색유리알에 대하여 매번 15알씩 취하면 마지막에 51알이 남아있어야 합니다.

흰색유리알은 매번 7알씩 꺼내며 마지막에 3알이 남으므로 3배의 흰색유리알에 대해서는 매번 $7\times3=21$알씩 꺼내면 마지막에 $3\times3=9$알이 남아야 합니다.

매번 $21-15=6$알씩 더 꺼내며 모두 $51-9=42$알을 더 꺼냅니다.

따라서 모두

$$\frac{51-9}{21-15}=7\ (\text{번})$$

꺼냈고 붉은색유리알은

$$15\times7+53=158(\text{알})$$

흰색유리알은

$$7\times7+3=52(\text{알})$$

이 있었습니다.

붉은색유리알은 흰색유리알보다 $158-52=106$(알)이 더 많았습니다.

[설명]

이 문제를 풀 때 《2알이 더 많습니다》를 먼저 생각하지 말고 《3배》라는 조건과 마지막에 흰색유리알 3알, 붉은색유리알 53알이 남는다는것을 기본고리로 보아야 합니다. 다시말하여 3배보다 2알이 더 많다는것이 기본고리로 되지 않습니다. 이것은 꺼내기방식(매번 7알의 흰색 유리알, 15알의 붉은색유리알을 꺼냅니다.)에 의하여 생긴것이므로 문제를 풀 때 이 두가지 관계를 명백히 하여야 합니다.

97. 분수의 값을 크게 하려면 될수록 분자는 크고 분모는 작아야 합니다.

a=100; b=99로 취하면 a+b=199, $a-$b=1이 되고 $\frac{a+b}{a-b}$의 최대값은 199로 됩니다.

98. 만일 첫번째로 꺼낸 바둑돌의 번호가 1번이라면 첫번째 조작끝에 남는것은 짝수번호를 가지는 바둑돌이며 번호가 50인 바둑돌이 남아있게 됩니다. 두번째 조작을 하면 4의 배수인 번호를 가진 바둑돌이 남고 번호가 50인 바둑돌도 꺼내게 됩니다. 세번째 조작에서는 8로 나누었을 때 나머지가 4로 되는 번호를 가진 바둑돌이 남으며 48번(마지막 한개)은 없어집니다. 계속 조작하면 마지막에 남는 바둑돌의 번호는 36이 됩니다. 마지막에 남는 번호가 39가 되게 하려면 먼저

1+(39−36)=4(번)

바둑돌부터 꺼내기 시작하여야 합니다.

[설명]

이 문제를 푸는데서 기본은 세번째 조작끝에 8로 나누었을 때 나머지가 4로 되는 수 즉

4, 12, 20, 28, 36, 44

에 있습니다.

그다음에 꺼내야 할 바둑돌은 12번입니다. 구체적인 조작을 해보면 마지막에 남는것이 36번이라는것을 알수 있습니다.

99. 먼저 왼쪽 웃모서리에 있는 칸부터 생각합시다. 그것은 써넣으려는 4개의 수들중에서 가장 작은 1개의 수입니다. 그러므로 1 또는 2만을 취할수 있습니다.

만일 1을 취한다면 오른쪽 1개의 빈칸에 2, 3 또는 4를 쓸수 있습니다. 2를 취할 때 밑에 있는 두 빈칸에 써넣을수 있는 경우는 (3, 4), (3, 5), (4, 5)의 3가지 경우가 있을수 있습니다. 3을 취할 때 그 밑에 있는 2개의 빈칸에 써넣을수 있는 경우는 (2, 4), (2, 5), (4, 5)입니다. 4를 취할 때 그 밑의 빈칸에는 (2, 5), (3, 5)를 써넣을수 있습니다.

만일 왼쪽 웃모서리에 2, 5를 취한다면 오른쪽 아래모서리에서 3과 4를 바꿀수 있습니다. 이때 또 2가지 경우가 생깁니다.

이상의 사실을 종합하면 다음과 같은 답이 얻어집니다.

1, 2, 6　　1, 2, 6　　1, 2, 6
3, 4, 7　　3, 5, 7　　4, 5, 7
1, 3, 6　　1, 3, 6　　1, 3, 6
2, 4, 7　　2, 5, 7　　4, 5, 7
1, 4, 6　　1, 4, 6　　2, 3, 6
2, 5, 7　　3, 5, 7　　4, 5, 7
2, 4, 6
3, 5, 7

[설명]

모든 써넣기방법을 다 찾으려면 반드시 순서있게 진행하여야 합니다. 먼저 왼쪽 웃모서리에 있는 칸에 《1》을 쓰고 그것의 오른쪽 한칸에 쓸수 있는것은 2, 3, 4입니다. 다시 왼쪽 웃모서리의 칸에 《2》를 써넣고 생각한다면 이것은 매우 좋은 순서입니다.

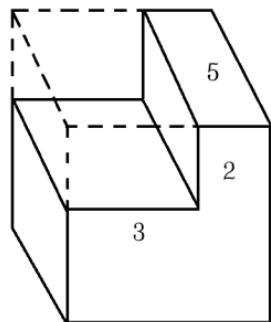
100. 주어진 바른6면체의 겉면적$=5\times5\times6=150$이면 줄어든 겉면적은 두 쪼각의 3×2의 면적 즉 $3\times2\times2=12$로 줄어들었습니다.

따라서

$$\frac{12}{150}=8\%$$

줄어듭니다.

그림 답－21

101. 본래의 1, 2반의 총 학생수를 1로 봅니다. 새로 1, 2반을 편성하는 과정에 본래 1반의 $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$을 뽑아내고 본래 2반의 $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$을 뽑아내는것으로 됩니다. 즉 전체의 $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$을 뽑아

냅니다.

본래 두 반의 총 학생수는

$$30 \div \left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=72\,(명)$$

입니다.

새로 편성한 1반과 2반의 총 학생수는

$72-30=42$(명)

입니다.

다시 새로 편성한 2반의 학생수를 1묶으로 보면

새로 편성한 1반의 학생수$=42\times\dfrac{1+10\%}{1+10\%+1}=22\,$(명)

새로 편성한 2반의 학생수$=42-22=20$(명)

(본래 1반의 학생수)－(본래 2반의 학생수)=

$$=(22-20)\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=2\times 12=24\,(명)$$

본래 1반의 학생수$=(72+24)\div 2=48$(명)

[설명]

문제를 풀 때 수값의 특수성을 충분히 리용하여야 합니다.

본래 1반의 $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}$과 본래 2반의 $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}$ 즉 두번 뽑아내였으나 그것의 백분비(%)는 같습니다. 이 점을 리용하여 본래 두 반의 학생수를 계산할수 있습니다. 이것이 이 문제를 푸는 기본고리로 됩니다.

계산순서는 다음과 같습니다.

본래 두 반의 총 학생수→새로 편성한 1, 2반의 총 학생수→새로 편성한 1반의 학생수, 2반의 학생수→새로 편성한 1, 2반의 학생수의 차

마지막에 표준적인 합과 차에 관한 문제를 풀어 답을 구했습니다.

102. 두 자동차 ㄱ, ㄴ의 속도의 비는

$$15:35=3:7$$

입니다. 이제 두 지점 A, B사이의 전체 구간을 3+7=10구간으로 가릅니다. 매개 나눔점을 차례로 $A_1, A_2, \cdots A_9$라고 합시다.

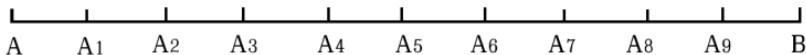



그림 답-22

이때 첫번째 자동차는 3구간을 가고 두번째 자동차는 7구간을 갑니다. 먼저 두 자동차는 A_3에서 만납니다. 첫번째 자동차는 계속 앞으로 가고 두번째 자동차는 A에 도착한 다음 되돌아서 첫번째 자동차를 따릅니다. 첫번째 자동차가 다시 4.5토막을 갔을 때 두번째 자동차는 10.5구간을 가며 A_7과 A_8의 중간지점에서 두번째 자동차는 첫번째 자동차를 따라잡습니다. 이것이 두번째로 만나는것입니다. 첫번째 자동차가 다시 1.5구간을 가고 두번째 자동차는 3.5구간을 갑니다. A_9에서 두 자동차는 세번째로 만납니다. 첫번째 자동차가 다시 6구간을 가고 두번째 자동차는 14구간을 갑니다. A_5에서 그들은 네번째로 만납니다. 문제의 조건으로부터 A_5와 A_9사이의 거리는 100km라는것을 알수 있습니다. 그것들사이가 4구간이므로 매 구간의 길이는

$$100 \div 4=25(km)$$

이면 A, B사이의 거리는

$$25 \times 10=250(km)$$

입니다.

[설명]

두 자동차가 동시에 같은 지점에 도착하는것을 서로 만난다고 합니다. 일반적으로 따라잡기문제도 만나기문제입니다. 이것을 같은 방향의 만나기문제라고도 부릅니다.

만일 이 두 자동차가 계속 달린다면 어느 때에 같은 방향만나기로 되며 어느 때에 반대방향만나기로 되겠습니까?

같은 방향만나기조건은

첫번째 자동차가 간 거리: 두번째 자동차가 간 거리 =3:7

두번째 자동차가 간 거리−첫번째 자동차가 간 거리= 홀수배의 전체 길이

이면 반대방향의 만나기조건은

첫번째 자동차가 간 거리:두번째 자동차가 간 거리 =3:7

첫번째 자동차가 간 거리+두번째 자동차가 간 거리= 홀수배의 전체 길이

왜 전체 구간 길이의 홀수배로 되여야 합니까? 그것은 시작할 때 두 자동차가 각각 달려야 할 거리의 두 끝점에 있게 되기때문입니다. 그 리치를 잘 생각해보십시오.

반대방향만나기에서

첫번째 자동차가 몇구간을 갔습니까?	3	9	15	21	27	33	…
두번째 자동차가 몇구간을 갔습니까?	7	21	35	49	63	77	…

같은방향만나기에서

첫번째 자동차가 몇구간을 갔습니까?	7.5	22.5	37.5	52.5…
두번째 자동차가 몇구간을 갔습니까?	17.5	52.4	87.5	122.5…

이로부터 1, 3, 4, 5 …번째는 반대방향의 만나기이고 2, 6, …번째는 같은 방향의 만나기라는것을 알수 있습니다.

103. $\left(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)=$

$=\left(\frac{65}{7}+\frac{65}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$

$$=\left[65\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right]\div\left[5\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right]$$

$$=65\div5\times\left[\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\div\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right]$$

$$=13$$

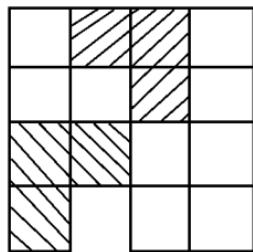
[설명]

몇개의 분수의 합을 하나의 덩어리로 보고 처리하면 계산이 보다 간단해집니다. 이 문제에서 $\frac{1}{7}$과 $\frac{1}{9}$의 합을 한개의 수로 보고 계산함으로써 곱하기와 나누기계산만 있게 하였습니다. 그러므로 곱하기의 바꿈법칙, 묶음법칙만을 써서 계산이 빨리 되게 하였습니다. $\frac{1}{7}+\frac{1}{9}$의 합이 얼마인가 하는것은 마지막 결과에 영향을 주지 않습니다. 물론 그 합을 알 필요조차도 없습니다. 이런 방법을 알아두는것은 계산하는데서 매우 필요합니다.

104. 와 는 모두 3개의 작은 칸으로 되여있으므로 그것들이 덮을수 있는 도형중에서 작은 칸의 개수가 3의 배수인것만을 생각해야 합니다.

①과 ②에 있는 작은 칸의 개수는 각각 11로서 그것은 3의 배수가 아닙니다. 그러므로 이 두가지 도형을 붙여서 만들수 없습니다.

그림 답-23

③의 오른쪽 웃모서리와 아래변은 로 되여있고 나머지 도형은 와 같은 모양입니다. 그러므로 ③을

이 두가지 도형을 붙여서 만들수 없습니다.

④를 이 두가지 도형을 붙여서 만들수 있습니다.

[설명]

《칸수가 3의 배수입니다》는 반드시 만족시켜야 할 조건입니다. 수학에서는 이것을 《필요조건》이라고 부릅니다. 이것은 정확하지 않은 결론을 판정하는데 쓰입니다. 그러나 그것을 리용하여 결론이 정확하다고 판정하여서는 안됩니다. 실례로 이 필요조건을 리용하여 ④를 정확히 두 도형을 붙여서 만들수 있다고 결론하여서는 안됩니다. 즉 그림의 칸의 개수가 비록 3의 배수라고 하더라도 도형의 구조를 더 따져보아야 합니다.

105. $\left[14.8+\left(3\frac{2}{7}-1.5\right)\times1\frac{3}{25}\right]\div4\frac{1}{5}=$

$$=\left(14.8+\frac{25}{14}\times\frac{28}{25}\right)\div4\frac{1}{5}$$

$$=(14.8+2)\times\frac{5}{21}=\frac{84}{5}\times\frac{5}{21}=4$$

106. 두 수의 적이 4,875로 말끔히 나누어진다는것은 이 두 수가 모두 4,875의 약수라는것을 말해줍니다. 4,875를 씨인수분해하면

$$4{,}875=3\times5\times5\times5\times13$$

이 됩니다.

이 인수들로 2개의 수를 만들어 그것들의 합이 64가 되게 합니다. 이 두 수는 3×13=39와 5×5=25뿐입니다. 그것들의 차는

$$39-25=14$$

입니다.

107. 문제의 조건으로부터

$$\begin{array}{r} A\,6\,B \\ -\quad A\,B \\ \hline 8\,7\,0 \end{array}$$

(10A+6)－A=87로부터 A=9가 얻어집니다.

90과 99사이에 1개의 씨수 97만 있으므로 본래의 수는 97입니다.

108. 매 학생들이 가지고있은 돈을 각각 A, B, C로 표시하면 3권의 학습장 값은 다음과 같이 표시됩니다.

3권의 학습장값=A+0.55=B+0.69=

=A+B+C－0.3=A+B+0.37－0.3

이 4개의 같기식으로부터

A+0.55=A+B+0.37－0.3

B=0.55+0.3－0.37=0.48

3권의 책 값은 0.48+0.69=1.17(원)

1권의 책 값은 1.17÷3=0.39(원)

[설명]

그림을 그려서 표시하면 쉽게 계산됩니다.

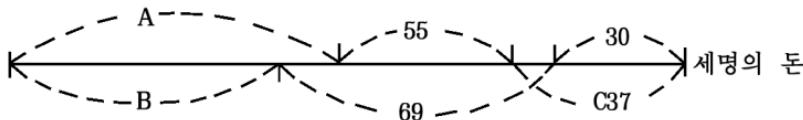



그림 답－24

B=0.69－(0.69－0.55)－(0.37－0.3)=0.48(원)

109. 녀학생의 $\frac{2}{3}$가 남학생의 $\frac{4}{5}$보다 20명이 적으므로 녀학생의 $\frac{1}{3}$은 남학생의 $\frac{2}{5}$보다 10명이 적습니다.

전체 녀학생은 남학생의 $\frac{6}{5}$보다 30명이 적습니다. 남학생수는 $(465+30)\div\left(1+\frac{6}{5}\right)=225$(명)입니다. 녀학생수는 465－225=240(명)입니다. 남학생수는 녀학생수보다 240－225=15(명) 적습니다.

[설명]

풀기과정의 웃부분은 다음과 같은 같기식에 해당합니다.

$$\frac{2}{3}\times 녀학생수=\frac{4}{5}\times 남학생수-20$$

의 량변에 $\frac{3}{2}$을 곱하면

$$녀학생수=\frac{3}{2}\times\frac{4}{5}\times 남학생수-\frac{3}{2}\times 20=$$

$$=\frac{6}{5}\times 남학생수-30$$

풀기과정의 뒤부분은 간단한 합과 배수에 관한 문제입니다.

110. 4개의 산수식의 결과의 합이 될수록 크게 하려면 나눔수와 더는수가 작아야 합니다. 그리고 더하는수와 곱하는수는 커야 합니다.

$$0.3\langle 0.(3)\langle\frac{1}{0.(3)}=\frac{1}{3}\langle\frac{1}{0.3}=\frac{10}{3}$$

(6÷0.3)+(6−0.(3))과 (6−0.3)+(6÷0.(3))의 크기를 비교하여 0.3의 앞에 나누기부호를 써야 하고 0.(3)의 앞에는 덜기부호를 써야 한다는것을 알수 있습니다.

$(6+3)+\left(6\times\frac{10}{3}\right)$과 $(6\times 3)+\left(6+\frac{10}{3}\right)$의 크기를 비교하여 $\frac{1}{0.(3)}$앞에 더하기부호를 쓰고 $\frac{1}{0.3}$앞에 곱하기부호를 써야 한다는것을 알수 있습니다. 이리하여 4개 결과의 합

$$(6\div 0.3)+(6-0.(3))+\left(6+\frac{1}{0.(3)}\right)+\left(6\times\frac{1}{0.3}\right)$$

$$=\left(6\times\frac{10}{3}\right)+\left(6-\frac{1}{3}\right)+(6+3)+\left(6\times\frac{10}{3}\right)=54\frac{2}{3}$$

가 얻어집니다.

[설명]

$0.(3)-0.3=0.0(3)$에서 두 수의 차는 $\frac{1}{100}$자리에서 생기고 나누기에서 $\frac{6}{0.3}-\frac{6}{0.(3)}=20-6\div\frac{1}{3}=20-18$은 하나자리에서의 차입니다. 더하기와 곱하기에서 보면 더하기에서의 차는 $0.0(3)$이고 곱하기에서의 차는 $6\times0.0(3)$입니다. 그러므로 $0.(3)$과 6을 곱하고 0.3과 6을 더하는것을 선택합니다.

111. 문제의 조건에 의하면 본래의 매 수는 4차례의 계산중에서 3번은 그것의 $\frac{1}{3}$을 취하고 한번은 그 수 자체를 취하게 됩니다. 즉 4차례의 계산에서 매 수는 두번 취하는 셈입니다. 그러므로 우에 준 네 수의 합은 본래의 네 수의 합의 2배로 됩니다. 따라서 본래의 네 수의 평균값은

$$(86+92+100+106)\div2\div4=48$$

입니다.

[설명]

3개의 수의 평균값을 구한다는것은 매 수의 $\frac{1}{3}$을 더한 합을 구한다는것을 의미하며 n개의 수의 평균값을 구한다는것은 매 수의 $\frac{1}{n}$을 더한 합을 구한다는것을 의미합니다.

다음과 같은 문제를 생각해보십시오. 5개의 수(또는 보다 많은 수)가 있는데 매번 그가운데서 4개의 수 다시 다른 한개 수를 취한다고 합시다. 이와 같은 방법으로 5번(또는 더 많은 차) 계산하여 각각 5개의 수가 얻어진다면 이와 같은 문제를 어떻게 풀어야 하겠습니까?

112. 수도관 A, B, C로 1시간이면 빈 물탕크에 물을 채울수 있고 C는 한시간에

$$1-\frac{1}{1\frac{20}{60}}=\frac{1}{4}$$

만큼 채울수 있고 A는 1시간에

$$1-\frac{1}{1\frac{15}{60}}=\frac{1}{5}$$

만큼 채울수 있으며 B는 1시간에

$$1-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{11}{20}$$

만큼 채울수 있습니다.

B만으로 물을 채운다면

$$1\div\frac{11}{20}=1\frac{9}{11}\text{(시간)}$$

이 걸립니다.

[설명]

다음과 같은 산수식을 세울수 있습니다(A, B, C는 각각 3개 수도관이 1시간동안에 채울수 있는 물량을 표시합니다).

$$B=(A+B)+(B+C)-(A+B+C)$$

$$=\frac{1}{1\frac{20}{60}}+\frac{1}{1\frac{15}{60}}-\frac{1}{1}=\frac{3}{4}+\frac{4}{5}-1=\frac{11}{20}$$

B만으로 물을 채운다면 $1\frac{9}{11}$시간이 걸립니다.

113. 두번째 봉지의 알수는 첫번째 봉지의 알수의

$\frac{3}{2}$ 이고 우유사탕이 두번째 봉지에서 차지하는 백분비(%)는 첫번째 봉지에서 차지하는 백분비(%)의 $\frac{1}{2}$ 입니다. 그러므로 우유사탕이 두번째 봉지에서 차지하는 알수는 첫번째 봉지에 있는 알수의

$$\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$

입니다.

이렇게 우유사탕이 첫번째 봉지에서 차지하는 알수는 두 봉지에 있는 총 알수의

$$28\% \div \left(1+\frac{3}{4}\right)=16\%$$

이며 첫번째 봉지에서 우유사탕은

$$16\%\times\left(1+\frac{3}{2}\right)=40\%$$

차지합니다.

첫번째 봉지에서 과일사탕은

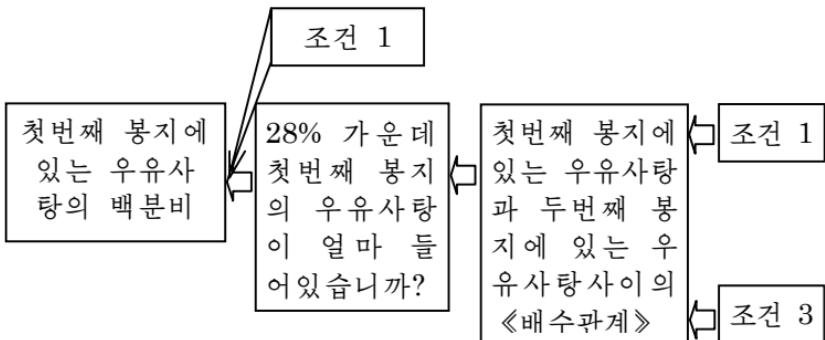
$$1-25\%-40\%=35\%$$

차지하고 두 봉지를 합쳤을 때 과일사탕은

$$\frac{35\%\times\frac{2}{3}+50\%\times 1}{\frac{2}{3}+1}=44\%$$

차지합니다.

[설명]

이 문제를 푸는데서 기본은 우유사탕이 첫번째 봉지에서 차지하는 몫입니다. 풀기순서를 그림으로 표시하면 다음과 같습니다.

114. 그림을 그리면 다음과 같습니다.

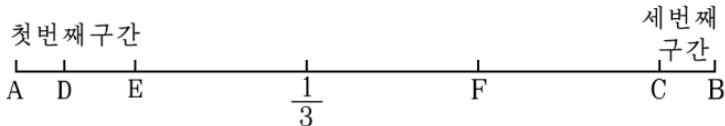



그림 답－25

지점 B에서 출발한 자동차가 세번째 구간을 달려 지점 C에 도착하였을 때 지점 A에서 출발한 자동차는 첫번째 구간의

$$\frac{1}{2}\times\frac{40}{50}=\frac{2}{5}$$

만큼 달려 지점 D에 도착합니다. 이렇게 하여 D는 첫번째 구간을

$$\frac{2}{5}:\left(1-\frac{2}{5}\right)=2:3$$

으로 가릅니다.

두 자동차는 두번째 구간의 $\frac{1}{3}$이 되는 곳에서 만납니다. A에서 떠난 자동차가 D로부터 지점 E까지 첫번째 구

간을 가며 B에서 떠난 자동차가 두번째 구간의 $\frac{1}{3}$을 지나 C로부터 D까지 가는데 걸리는 시간은 같습니다. 이 시간을 1몫으로 보면 1시간 20분은

$$\frac{2}{3}+1+1=2\frac{2}{3}\text{(몫)}$$

에 해당합니다. 1몫은

$$80\div 2\frac{2}{3}=30\text{(분)}$$

입니다.

그러므로 첫번째 구간에서 자동차가 달리는데 걸리는 시간은

$$30\times\frac{2}{3}+30=50\text{(분)}$$

이고 두번째 구간에서는 $30\times3=90$(분)이며 세번째 구간에서는 $30\times\frac{2}{3}=20$(분)이 걸립니다.

두 도시사이의 거리는

$$40\times\frac{50}{60}+90\times\frac{90}{60}+50\times\frac{20}{60}=185\text{(km)}$$

입니다.

[설명]

매 자동차가 출발한 때로부터 서로 만날 때까지의 거리를 3개의 구간으로 가르고 두 자동차가 해당한 구간을 달리는데 걸리는 시간이 같다는데 주의를 돌려야 합니다.

이렇게 달리는데 걸리는 시간을 리용하여 매 구간사이에 성립하는 관계를 계산합니다.

A부터 D까지와 B부터 C까지 가는데 걸리는 시간이 같다는것은 첫번째 구간의 $\frac{2}{5}$와 세번째 구간을 달리는데 걸리는 시간이 같다는것을 말합니다. 이로부터

첫번째 구간을 달리는데 걸린 시간:세번째 구간을 달리는데 걸린 시간=5:2

라는것이 얻어집니다.

D부터 E까지와 C부터 F까지 가는데 걸리는 시간이 같다는것은 첫번째 구간의 $\frac{3}{5}$을 달리는데 걸리는 시간과 두번째 구간의 $\frac{1}{3}$을 달리는데 걸리는 시간이 같다는것을 말합니다. 이로부터

첫번째 구간을 달리는데 걸린 시간:두번째 구간을 달리는데 걸린 시간=5:9

라는것이 얻어집니다. 그러므로

첫번째 구간을 달리는데 걸린 시간:두번째 구간을 달리는데 걸린 시간:세번째 구간을 달리는데 걸린 시간 =5:9:2

입니다.

자동차가 전체 구간을 달리는데 걸린 시간은 8×2=160(분)입니다.

첫번째 구간을 달리는데 걸린 시간=

$$=160\times\frac{5}{5+9+2}=50\,(\text{분})$$

두번째 구간을 달리는데 걸린 시간=

$$=160\times\frac{9}{5+9+2}=90\,(\text{분})$$

세번째 구간을 달리는데 걸린 시간=

$$=160\times\frac{2}{5+9+2}=20\,(\text{분})$$

이 책에는 학생들이 배운 지식을 리용하여 자체로 현실과 결부되는 문제들을 풀수 있도록 련습문제들만 서술하였다.

이 책은 소학교, 중학교학생들을 위한 참고서로 출판한다.

풀수록 재미나는 수학문제풀이 4

편역 교수 윤인철　　심사 리영봉
　　　　　　　　　　　　박은정
편집 최남숙
장정 리승일　　교정 안명희

낸　곳 외국문도서출판사
인쇄소 평양시인쇄공장

인쇄 주체94(2005)년 7월 4일 발행 주체94(2005)년 7월 11일

교－05－845　　5000부　　값 140원